



## Estudio de la derivada a través del tiro parabólico con Tracker

Fermín Acosta Magallanes<sup>a</sup>, Elvia Rosa Ruiz Ledezma<sup>b</sup>, Pablo Mendoza Iturralde<sup>c</sup>,

Marco Antonio Reyes Guzmán<sup>d</sup>

<sup>a</sup>Instituto Politécnico Nacional CECyT W.M

<sup>b, c, d</sup> Instituto Politécnico Nacional UPIITA

### ARTICLE INFO

**Received:** 10 de agosto de 2023

**Accepted:** 30 de octubre de 2023

**Available on-line:** 30 de noviembre de 2023

**Keywords:** Educación STEAM, Tracker, aprendizaje por indagación

**E-mail addresses:** [facostam@ipn.mx](mailto:facostam@ipn.mx)  
[ruizelvia@hotmail.com](mailto:ruizelvia@hotmail.com)  
[pmendoza@ipn.mx](mailto:pmendoza@ipn.mx) [mareyesg@ipn.mx](mailto:mareyesg@ipn.mx)

ISSN 2007-9842

© Instituto de Educación en Ciencias  
A.C.

### ABSTRACT

This document shows a practice within a sequence of activities for teaching physical and mathematical concepts through parabolic shooting with the use of Tracker video analysis software, implemented with mechatronics engineering students from a higher school belonging to the Polytechnic Institute. National, in Mexico City. For this purpose we use the inquiry-based STEAM Education model..

Este documento muestra una práctica dentro de una secuencia de actividades para la enseñanza de conceptos físicos y matemáticos a través del tiro parabólico con el uso del software de análisis de video Tracker, implementada con estudiantes de ingeniería en mecatrónica de una escuela superior perteneciente al Instituto Politécnico Nacional, en la Ciudad de México. Para tal efecto utilizamos el modelo Educación STEAM basada en la indagación.

## I. INTRODUCCIÓN

Durante más de dos décadas ha ido en aumento el trabajo para mejorar la Educación STEAM (Honey, Pearson y Schweingruber, 2014). Dado que la fuerza laboral capacitada en STEAM se ha tornado indispensable para enfrentar los desafíos económicos y la viabilidad en el siglo XXI (Rockland et al., 2010) a pesar de esto, el entusiasmo de los estudiantes hacia formarse en una educación STEAM, ha disminuido en muchos países (Thomas y Watters, 2015).

En este aspecto, existe la necesidad de más investigación sobre actividades integradas de aprendizaje STEAM que afecten el interés de los estudiantes y la búsqueda de carreras STEM (Honey, Pearson y Schweingruber, 2014) Por otro lado, existe una necesidad de abordar el cálculo diferencial e integral en los primeros semestres de ingeniería y las diferentes dificultades que presenta (Hardy, 2009; Vandebrouck, 2011; Byerley, Hatfiel y Thompson, 2012; Thompson y Silverman, 2008).

Por lo que en este documento mostramos una práctica correspondiente a una secuencia de actividades que abordan los conceptos de función, límite, derivada e integral. Particularmente en esta actividad nos referimos a la derivada. Las actividades se han planeado en dos momentos como diagnóstico e introducción al tema o como una actividad de cierre, en este caso la práctica de la derivada se utiliza en la introducción del tema y como diagnóstico de los conocimientos adquiridos en el nivel medio superior. Para tal efecto, el propósito que se plantea: observar el manejo del concepto de límite, derivada, aproximación, uso de gráficas, movimiento rectilíneo uniforme y tiro parabólico; utilizando el software de análisis de videos Tracker, con estudiantes de ingeniería en mecatrónica. En este primer espacio

introducimos el tema y planteamos el propósito, en un segundo momento incorporamos lo teórico, posteriormente la perspectiva metodológica, enseguida los resultados, conclusiones y por último las referencias.

## II. POSICIONAMIENTO TEÓRICO

La indagación es una actividad que se acerca más a la forma en la que la ciencia y la tecnología se desarrollan; por lo que creemos que es relevante como estrategia para la enseñanza y aprendizaje en STEAM (por sus siglas en inglés, acrónimo de ciencia, tecnología, ingeniería, arte y matemáticas), (Gallego y Márquez, 2016). Así podemos ubicarla como un enfoque necesario para que los estudiantes lleguen a las metas en esta educación y es esencial para cumplir los objetivos considerados en la alfabetización científica y en el desarrollo del pensamiento crítico.

La alfabetización científica considera una educación científica mínima para todo sujeto dentro de su desarrollo en la sociedad, representando una vía para el desarrollo del pensamiento crítico y el empoderamiento de los estudiantes, permitiéndoles enfrentar y resolver problemas personales y sociales, convirtiéndose así en potenciales agentes de cambio. En la revisión de diversos trabajos se han podido reconocer cinco tipos de indagación: abierta, guiada, acoplada, confirmatoria y estructurada (Banchi y Bell, 2008). En esta práctica hemos utilizado la indagación guiada, donde el profesor adoptan la función de guía, ayuda en la definición de las interrogantes y procedimientos, proporcionando materiales e incluso formula las incógnitas para orientar el trabajo. La aplicación de la estrategia de indagación guiada se resume en cuatro pasos: Focalización, Exploración, Reflexión (Comparación y contraste) y Aplicación (Cristóbal y García, 2013).

**Focalización.** En esta fase no hay respuestas correctas ni erróneas, permitiendo al docente, determinar el nivel inicial de sus estudiantes para comenzar a construir los nuevos aprendizajes con la información obtenida. Los preconcepciones deben ser considerados como el elemento base para ser contrastados con los aprendizajes logrados.

**Exploración.** Los estudiantes buscan las respuestas a sus interrogantes a través de la indagación, realizan un diseño experimental, describen el proceso a seguir para la medición, manejo y control; formulan y argumentan, planteando posibles resultados y conclusiones.

**Reflexión.** En esta etapa se producen las modificaciones, los estudiantes comparan su predicción con la observación; discuten los resultados, registran sus ideas y preguntas comunicando sus hallazgos.

**Aplicación.** Es el momento donde los estudiantes utilizan los aprendizajes logrados a través de la exploración y reflexión, para ser aplicados a nuevas situaciones, en general se dan las transferencias.

## III. PERSPECTIVA METODOLÓGICA

La población participante estuvo compuesta por 40 alumnos distribuidos en 11 equipos desde uno a cinco integrantes. Estudiantes de primer semestre de ingeniería en mecatrónica de una escuela superior del Instituto Politécnico Nacional en la Ciudad de México.

### Método

Esta investigación es de tipo aplicada (Sánchez y Reyes, 2015) se caracteriza por la aplicación de los conocimientos teóricos a determinada situación, donde se propone aplicar la metodología indagatoria en una guía de práctica con herramientas tecnológicas.

### Tracker

Tracker es un software libre y de código abierto utilizado para análisis de video y cinemática en física. Permite la medición y el seguimiento de objetos en videos para analizar su movimiento en relación con el tiempo y el espacio. Este software se utiliza en la enseñanza de física y en la investigación científica.

### Desarrollo

Esta práctica fue implementada en una clase de 90 minutos donde previamente se había pedido a los alumnos que descargaran Tracker en una computadora personal que no fue obligatoria. Mediante el uso de una plataforma LMS educativa se facilitó la actividad mostrando un análisis de un video para las variables y vs x. Se agregó un video de práctica, pero se sugirió (no de manera obligatoria) que pudieran usar un video de su autoría. Además, se utilizó un proyector dentro de un salón de clases (no se requirió un laboratorio de cómputo) y una computadora personal para el

profesor. En la figura 1 y 2 se muestra la primera sección de la práctica que constó de 4 secciones pidiendo el análisis y  $vs x$ ,  $x vs t$ ,  $y vs t$ , interpretaciones y conclusiones.

Siguiendo las fases de la estrategia de indagación guiada, tenemos dentro de la focalización la actividad planteada como introductoria al tema de derivada, sabiendo que nuestros alumnos tienen experiencia de un año de estudios a nivel medio superior de Cálculo diferencial e integral. Se busca indagar la comprensión del estudiante sobre los conceptos de límite y aproximación que se usan en la definición de derivada, usualmente propuesta con la interpretación de pendiente de recta secante y de recta tangente. Para este propósito se planteó la derivada y derivada numérica.

De igual manera, los alumnos ya conocen el Tiro parabólico por sus clases en el nivel medio superior y también en la primera parte del curso de Física en el nivel superior. Se buscó que argumentaran en qué términos describen el tiro parabólico, en sus componentes horizontal y vertical, y si usan modelos gráficos, fórmulas algebraicas o derivadas.

Instrucciones. Resuelve las práctica por equipos de máximo 5 personas.

Se lanza un objeto siguiendo una trayectoria parabólica. Usando el software Tracker se reportan los siguientes datos: Puedes usar un video tomado por ti o el que se te proporciona.



Ejemplo de video en Tracker.

Datos			
t	x	y	
	0	7.59E-03	-7.02E-02

Figura 1. Práctica con el uso del Tracker. Introducción.

**Calculando la segunda derivada de manera numérica para y vs x.**

Completa la siguiente tabla para los datos x, y. Sigue el formato de EXCEL que se te proporciona.

Calculando la segunda derivada de manera numérica para y vs x									
x	y	cambio en x	cambio en y	aproximación de la derivada y'					
				cociente $\Delta y / \Delta x = y' = \text{velocidad}$		cambio en y'		$y'' = \text{cociente } \Delta y' / \Delta x = \text{aceleración}$   $(y')^2 = v^2$	
7.59E-03	-7.02E-02	0.07605	2.47E-01	3.25E+00	-1.81E+00	-2.38E+01	1.06E+01		
8.36E-02	0.177	0.17136	2.47E-01	1.44E+00	2.73E-01	1.59E+00	2.08E+00		
0.255	0.424	0.133	2.28E-01	1.71E+00	4.86E-01	3.65E+00	2.94E+00		
0.388	0.652	0.095	2.09E-01	2.20E+00	-7.00E-01	-7.37E+00	4.84E+00		
0.483	0.861	0.152	2.28E-01	1.50E+00	-2.72E-01	-1.79E+00	2.25E+00		
0.635	1.089	0.171	2.10E-01	1.23E+00	4.39E-01	2.56E+00	1.51E+00		
0.806	1.299	0.114	1.90E-01	1.67E+00	-7.92E-01	-6.94E+00	2.78E+00		

Figura 2. Práctica con el uso del Tracker. Los cálculos que se pedían en cada sección.

## IV. RESULTADOS

Los mostramos en las siguientes categorías en la tabla 1:

1. Recta secante como aproximación. Se busca que el alumno argumente sobre la tasa de variación promedio que aparece en la definición de derivada.
2. Límites vs aproximación. Se busca que el alumno argumente la diferencia entre la derivada y la derivada numérica de su trabajo, pero que pueda distinguir la aproximación del valor límite.
3. Movimiento Rectilíneo uniforme en el eje horizontal x. Se busca que el alumno argumente las características del movimiento usando criterios gráficos, de formulación algebraica o derivadas en el contexto de la interpretación física de rapidez (velocidad en x) y aceleración.
4. Tiro vertical en el eje vertical y. Se busca que el alumno argumente las características del movimiento usando criterios gráficos, de formulación algebraica o derivadas en el contexto de la interpretación física de rapidez (velocidad en y) y aceleración.
5. Diferencias entre la modelación y experimentación. Se busca que el alumno compare sus resultados con la teoría. En particular, se les pidió graficar la derivada de la velocidad con respecto a la velocidad o velocidad al cuadrado para introducir la experiencia de la posible fuerza de arrastre y observarla experimentalmente de manera gráfica y justificar su relación mediante el ajuste de curvas y el coeficiente de determinación explicado brevemente para que lo pudieran aplicar.

**Tabla 1.**Tabla de resultados.

	Correcto	Incorrecto	No contestaron
1.	43%	57%	0%
2.	48%	52%	0%
3.	38%	25%	37%
4.	50%	13%	37%
5.	35%	20%	45%

## V. CONCLUSIONES

Los estudiantes que participaron en este estudio y respondieron exitosamente en la categoría 1 reconocieron las mediciones como parte de un experimento con mediciones discretas que se interpretan como valores promedio, pero aquellos que no tuvieron éxito lo reconocen como tendencia del movimiento, pero no pudieron relacionarlo con tasa de cambios de manera general. Para la segunda categoría los alumnos reconocieron la derivada como una tasa instantánea, pero no reconocieron el proceso de límite. Para las últimas categorías reconocieron los movimientos por la descripción de las fórmulas sin mencionar, en su mayoría, los movimientos en términos de las derivadas. Observamos que el uso del Tracker facilitó el manejo de las mediciones, que en este caso, se pidieron únicamente en sus valores de posición, sin embargo, el uso de la información para las velocidades y aceleraciones de forma horizontal y vertical aunada a toda la información que puede dar el programa, nos permite conjeturar que se pueden hacer análisis más robustos en la experimentación del movimiento.

## REFERENCIAS

- Banchi, H., y Bell, R. (2008). The Many Levels of Inquiry. *The Science Teacher*; Washington **72**(7), 30–33. <https://www.proquest.com/docview/236901022?pqorigsite=gscholar&fromopenview=true>.
- Byerley, C., Hatfield, N., & Thompson, P. W. (2012). Calculus students' understandings of division and rate. In S. Brown, S. Larsen, K. Marrongelle, & M. Oehrtman (Eds.), *Proceedings of the 15th Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education*. (pp. 358–363). Portland, OR: SIGMAA/RUME Editor.

- Cristóbal, C., y García, H. (2013). La indagación científica para la enseñanza de las ciencias. *Horizonte de la ciencia*, **3**(5) 2304-4330.
- Gallego, D., y Márquez, F. (2016). La indagación como estrategia para la Educación STEAM. Guía práctica. Red Educa STEAM OEA.
- Hardy, N. (2009). Students' perceptions of institutional practices: The case of limits of functions in college level calculus courses. *Educational Studies in Mathematics* **72**(3), 341–358.
- Honey, M., Pearson, G., & Schweingruber, A. (2014). STEM integration in K–12 education: status, prospects, and an agenda for research. Washington, DC: National Academies Press.
- Rockland, R., Bloom, D. S., Carpinelli, J., Burr-Alexander, L., Hirsch, L. S., & Kimmel, H. (2010). Advancing the “E” in K-12 STEM education. *Journal of Technology Studies* **36**(1), 53–64.
- Sánchez, H., y Reyes, C. (2015). Metodología y diseños de investigación científica (5o edición). Lima Perú: Business Support Anneth.
- Thomas, B., & Watters, J. (2015). Perspectives on Australian, Indian and Malaysian approaches to STEM education. *International Journal of Educational Development* **45**, 42–53.
- Thompson, P. W. & Silverman, J. (2008). The concept of accumulation in calculus. In M. P. Carlson & C. Rasmussen (Eds.), *Making the connection: Research and teaching in undergraduate mathematics education*. (pp. 43–52). MAA Notes #73. Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Vandebrouck, F. (2011). Perspectives et domaines de travail pour l'étude des fonctions. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* **16**, 149–185.