



## Física de la bicicleta

A. González y Hernández<sup>a</sup> y M. del P. Molina Álvarez<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Departamento de Física. Facultad de Ciencias. Universidad Nacional Autónoma de México. México, D.F., 04510

<sup>b</sup>Escuela Nacional Preparatoria No. 5, "José Vasconcelos". Universidad Nacional Autónoma de México. México, D.F., 04859

### ARTICLE INFO

**Received:** 25 November 2013

**Accepted:** 13 July 2014

**Keywords:** Bike, physics, didactic strategy, teaching physics.

**E-mail addresses:**  
agh@ciencias.unam.mx,  
psegarra@ciencias.unam.mx

ISSN 2007-9842

© 2014 Institute of Science Education.  
All rights reserved

### ABSTRACT

The bike is mechanical mobile operating through human energy. His movement on a surface can be addressed through the kinematic, dynamic or mechanical work and energy cycling study. In this paper a theoretical model of the physics of the bike based on the concepts of Newtonian mechanics is developed and it is confronted with experimental results that have been investigated prior to their application for a course, to show its feasibility into class. For its didactic approach is proposed to study the physics of the bike in the Mechanics Laboratory course with freshman physics career. The strategy followed is: (1) obtaining videos of the movement of the bicycle for one-dimensional motion with uniform velocity and uniform acceleration in the horizontal plane and in the inclined plane in a real field, (2) collect data for analysis on the computer and (3) confront experimental results with the theoretical model. From experience, students can deduct the concepts of physics that apply to the study of the bicycle and apply the necessary techniques for experimental study. Different thematic studies of the physics of the bike are interspersed during the time of four months of length of the laboratory of Mechanical. Learning and applying of physics contained in the movement of the bike is made step by step by students in small groups. In this paper is included and is discussed the results of the implementation of this strategy.

La bicicleta es un móvil que se opera mecánicamente por medio de la energía humana. Su movimiento en una superficie se puede abordar mediante el estudio cinemático, dinámico o de trabajo y energía mecánica de la bicicleta. En este escrito se desarrolla un modelo teórico de la física de la bicicleta basado en los conceptos de la mecánica newtoniana y se confronta con resultados experimentales que han sido investigados previos a su aplicación a un curso, para mostrar su viabilidad en clase. Por su enfoque didáctico se ha propuesto estudiar la física de la bicicleta en el curso Laboratorio de Mecánica con estudiantes del primer año de la carrera de Física. La estrategia que se sigue es: (1) obtener en campo, videos del movimiento de la bicicleta para el MUR y MUA en el plano horizontal y el plano inclinado, (2) recolectar datos para analizarlos en la computadora y (3) confrontar resultados experimentales con el modelo teórico. Para que los estudiantes avancen en paralelo con los conceptos de su curso de mecánica y los que se incluyen en el modelo físico de la bicicleta y las técnicas necesarias para su estudio experimental, los diferentes estudios temáticos de la física de la bicicleta se intercalan en el periodo de cuatro meses que dura el curso del laboratorio de Mecánica y de esta manera se logra que los estudiantes, trabajando en pequeños grupos, aprendan y apliquen la física contenida en el movimiento de la bicicleta paso a paso. En este trabajo se incluyen y discuten los resultados de la puesta en práctica de esta estrategia.

## I. INTRODUCCIÓN

Las prácticas de campo en física son una oportunidad para que los estudiantes apliquen sus conocimientos de física a fenómenos que se dan en la realidad. La bicicleta es un mecanismo móvil basado en principios mecánicos del movimiento, que permite a los estudiantes entender estos principios desde lo concreto hasta lo abstracto. En este trabajo

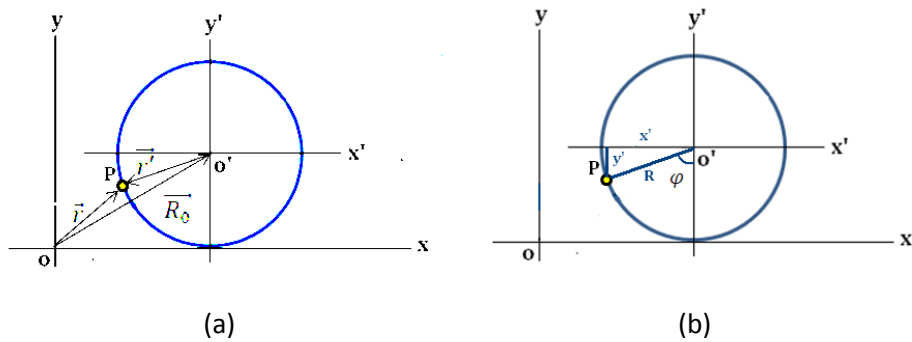
desarrollamos la física de la cinemática del movimiento de la bicicleta y lo comparamos con el movimiento de la bicicleta en el terreno.

## II. CINEMÁTICA DE LA RUEDA DE BICICLETA

El movimiento en línea recta de una bicicleta puede considerarse como un movimiento de traslación de su centro de masa o de cualquier punto fijo respecto del centro de masa como el eje de giro de la llanta posterior de la bicicleta y un movimiento de rotación de cada una de las ruedas de la bicicleta alrededor de su eje de giro.

**Sistemas de Referencia:** Para modelar estos movimientos consideremos un sistema de referencia inercial S con centro en O, fijo en el piso y un sistema de referencia S' con centro en el eje de la rueda posterior de la bicicleta y que llamaremos punto O'.

**Ecuación de transformación:** Para establecer la relación entre los sistemas S y S', en la figura 1, consideremos los vectores de posición de un punto P en el neumático de la rueda de bicicleta en el sistema XY o sistema S y en el sistema X'Y' o sistema S'.



**FIGURA 1.** (a) Movimiento del punto P sobre la rueda de bicicleta, visto por un observador en reposo en el punto O, (b) Movimiento del punto P, visto por un observador en movimiento en el punto O'.

La ecuación que relaciona el vector  $\vec{r}$  (del punto P del neumático de la rueda de bicicleta en el sistema S) y el vector  $\vec{r}'$  (del mismo punto P, pero en el sistema S'), es:

$$\vec{r} = \vec{R}_o + \vec{r}',$$

donde  $\vec{R}_o$  es el vector de posición del punto O' respecto del punto O.

## III. MOVIMIENTO DEL PUNTO P EN EL SISTEMA S'

El movimiento del punto P respecto de O' es un movimiento circular uniforme en el caso de que la bicicleta se mueva con un MUR, de acuerdo a la figura 2, se representa por las ecuaciones:

$$\begin{aligned} x' &= -R \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = -R \sin\varphi, \\ y' &= -R \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = -R \cos\varphi, \end{aligned}$$

con  $\omega$  la velocidad angular de la rueda y  $\varphi = \omega t$ .

Si la rueda gira sin resbalar entonces  $S = 2\pi R$ , donde R es el radio del círculo y S es el perímetro de la rueda de bicicleta, igual al desplazamiento lineal de la bicicleta.

Así, las siguientes relaciones son válidas:  $V_0 = \frac{S}{T} = 2\pi \frac{R}{T}$ , la velocidad lineal de la bicicleta y  $T$  el tiempo o periodo que tarda la rueda de bicicleta en dar una vuelta completa,  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ,  $V_0 = \omega R$  y

$$x' = -R \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} t,$$

$$y = -R \operatorname{cos} \frac{2\pi}{T} t.$$

#### IV. MOVIMIENTO DE P RESPECTO DEL PISO

El movimiento de P respecto de O, es un movimiento compuesto por el movimiento del punto O' respecto de O y el movimiento del punto P respecto de O' (ver Figura 1). Esto es, como:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + x', \\ y &= y_0 + y', \end{aligned}$$

entonces, la posición del punto P respecto de O, es:

$$\vec{r} = \left( V_0 t - R \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} t \right) \hat{i} + \left( R - R \operatorname{cos} \frac{2\pi}{T} t \right) \hat{j},$$

donde  $x_0 = V_0 t$  y  $y_0 = R$  dan la posición del punto O' respecto de O. Aquí  $V_0$  es la rapidez constante del centro de masa de la bicicleta o del eje de su rueda posterior centrada en O'.

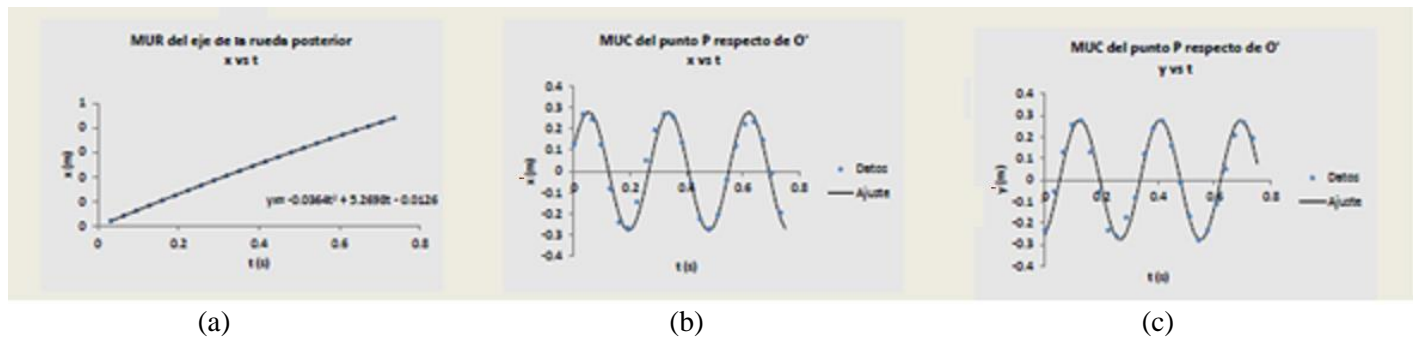
Ahora bien, si  $\omega = 2\pi/T$  y  $\varphi = \omega t$ , entonces la velocidad del punto P respecto de O, es:

$$\vec{v} = (V_0 - V_0 \operatorname{cos} \varphi) \hat{i} + V_0 \operatorname{sen} \varphi \hat{j},$$

La aceleración del punto P respecto de O, es:

$$\vec{a} = \omega V_0 (\operatorname{sen} \varphi \hat{i} + \operatorname{cos} \varphi \hat{j}).$$

Resultados experimentales:



**FIGURA 2.** (a) MUR del eje de la rueda posterior de la bicicleta en el sistema  $S$ , (b) Componente  $x'$  del MUC de un punto P exterior en el sistema  $S'$ , (c) Componente  $y'$  del MUC y de un punto P exterior en el sistema  $S'$ .

$$R = 0.3 \text{ m}, T = 0.29 \text{ s}, \omega = 22 \text{ rad/s}, V_0 = 6 \text{ m/s}.$$

## V. MOVIMIENTO ACELERADO DE LA BICICLETA

Igual que en el MUR de la bicicleta, en el MUA de la bicicleta, la Figura 1 representa el movimiento de un punto externo del neumático posterior de la bicicleta en el sistema inercial S anclado en el piso o en el sistema no inercial S', anclado en el eje posterior de la llanta de la bicicleta. En el sistema S', se tiene:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2, \quad \omega = \omega_0 + \alpha t, \quad \frac{d\omega}{dt} = \alpha,$$

y

$$\vec{r}' = -R \operatorname{sen} \varphi \hat{i} - R \cos \varphi \hat{j}, \quad \vec{v}' = -R \omega \cos \varphi \hat{i} + R \omega \operatorname{sen} \varphi \hat{j},$$

$$\vec{a}' = R \alpha [-\cos \varphi \hat{i} + \operatorname{sen} \varphi \hat{j}] + R \omega^2 [\operatorname{sen} \varphi \hat{i} + \cos \varphi \hat{j}],$$

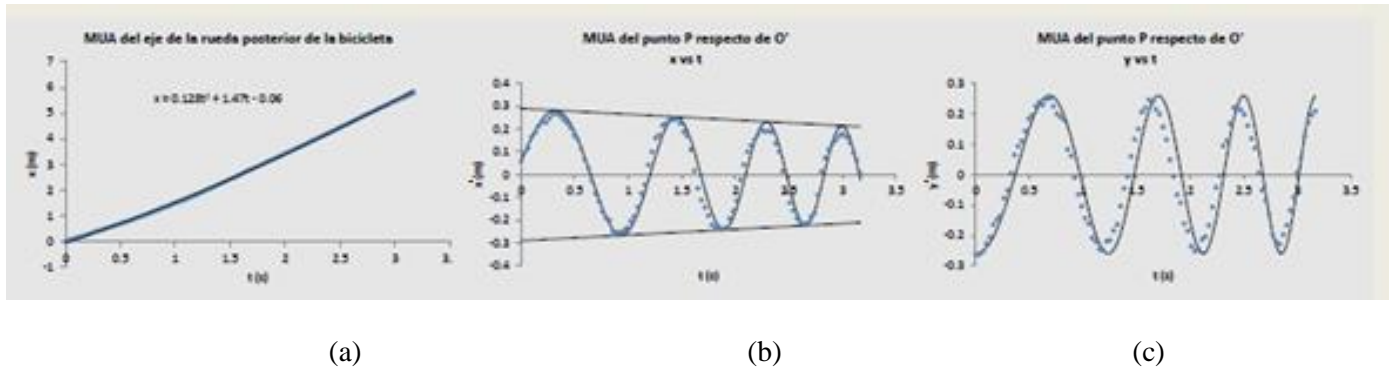
También se tiene:

$$S = R\varphi, \quad v = R\omega, \quad a = R\alpha \text{ y } R\omega^2 = \frac{v^2}{R},$$

Por lo tanto:

$$a' = a(-\cos \varphi \hat{i} + \operatorname{sen} \varphi \hat{j}) + \frac{v^2}{R} (\operatorname{sen} \varphi \hat{i} + \cos \varphi \hat{j}) = \vec{a}_t + \vec{a}_n.$$

Resultados experimentales:



**FIGURA 3.** (a) MUA del eje de la rueda de la bicicleta en el sistema S, (b) Componente  $x'$  del MUA de un punto P exterior en el sistema S' (las rectas que envuelven a la curva son el ajuste para la distorsión de proyección en el vídeo original), (c) Componente  $y'$  del MUA de un punto P exterior en el sistema S'.

$$R = 0.3 \text{ m}, \quad \omega_0 = 4.4 \text{ rad/s}, \quad a = 0.78 \text{ rad/s}^2, \quad V_0 = 1.5 \text{ m/s}, \quad a = 0.26 \text{ m/s}^2.$$

## VI. ANÁLISIS

La comparación entre el modelo teórico y el experimento es básica para verificar la realidad del modelo y su generalización. Para estudiar situaciones no exploradas experimentalmente. Así, en el MUA de la bicicleta, la rapidez del punto P respecto del piso, es cero, como se ve en la figura 5, indicando que es un punto que instantáneamente se encuentra en reposo en el piso.



FIGURA 5.

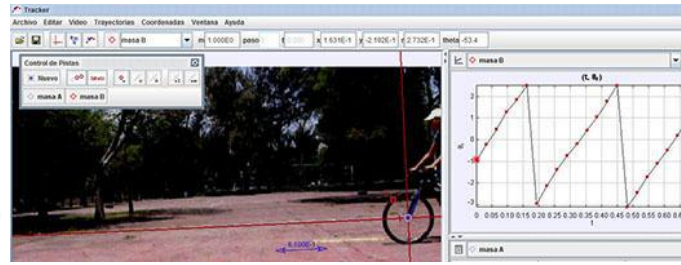


FIGURA 6.

A la inversa, el programa *Tracker* permite la captura y el análisis del movimiento del vídeo. En la figura 6, se ve el ángulo de giro del punto P respecto del eje  $v$ s el tiempo. La pendiente de las rectas en la gráfica, representa la velocidad angular.

## VII CONCLUSIONES

Aplicar el modelo como una actividad experimental fuera del laboratorio, como una práctica de campo, motiva a los estudiantes a estudiar la cinemática de la bicicleta, lo que favorece su entendimiento.

## REFERENCIAS

Sharma, N. L. (1996). A new observation about rolling motion. *Eur. J. Phys.*, 17, 353-356.