



De las ideas de Galileo a las ideas de Einstein. La Caída libre

Alejandro González y Hernández^a, Cesar Mora^b, Ma. del Pilar Segarra Alberú^c

^{a,b} CICATA Unidad Legaria. Instituto Politécnico Nacional, México.

^cFacultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México, México

ARTICLE INFO

Received: 5 de junio de 2024

Accepted: 17 de octubre de 2024

Available on-line: 30 de noviembre de 2024

Keywords: Caída libre, simulación, experimentación

E-mail addresses:

agh@ciencias.unam.mx,
ceml36@gmail.com,
psegarra@ciencias.unam.mx

ISSN 2007-9842

© 2024 Institute of Science Education.
All rights reserved

ABSTRACT

Ideas about free fall have been fundamental in the development of Physics as a Science over time. Throughout the history of Physics, Aristotle, Galileo, Newton and Einstein have developed, step by step, the fundamental ideas and concepts to understand the movement of falling bodies. Ideas and concepts developed over time that, due to their abstract nature, are not easy to assimilate, as can be seen when applying the teaching-learning process of this subject with students and teachers of different educational levels. That is why, here we develop a strategy based on the simulation and experiment of the phenomena of free fall movement, to facilitate students' understanding and assimilation of this movement, through critical thinking, analyzing, and evaluating the information and argumentation in a logical and objective manner.

Las ideas sobre la caída libre han sido fundamentales en el desarrollo de la Física como una Ciencia a través del tiempo. A través de la historia de la física, Aristóteles, Galileo, Newton y Einstein, han elaborado, paso a paso, las ideas y los conceptos fundamentales para comprender el movimiento sobre la caída de los cuerpos. Ideas y conceptos desarrollados al paso del tiempo que por su carácter abstracto no son sencillos de asimilar, como se comprueba al aplicar el proceso de enseñanza-aprendizaje de este tema con estudiantes y profesores de diferentes niveles educativos. Es por ello, que aquí desarrollamos una estrategia basada en la simulación y el experimento de los fenómenos de movimiento de caída libre, para facilitar a los estudiantes el entendimiento y la asimilación de este movimiento, por medio del pensamiento crítico, analizando, y evaluando la información y la argumentación de manera lógica y objetiva.

I. INTRODUCCIÓN

Desde la antigüedad, los griegos tenían ya diversas ideas sobre el movimiento natural de los cuerpos, Empédocles, en el siglo V a.C. consideraba que la materia se componía de cuatro elementos, tierra, aire, agua y fuego, los cuales eran los elementos básicos de cualquier forma de materia, que estaba en constante movimiento sujetas a dos fuerzas cósmicas: el amor que unía a los elementos y el odio que los separaba. En la actualidad, las ideas del amor y el odio como fuerzas que afectan el movimiento de la materia parecen absurdas, pero para Empédocles y los griegos de esa época, el cosmos estaba gobernado por principios duales y opuestos que interactuaban constantemente.

En el siglo IV a.C. Aristóteles empezó a sistematizar estas ideas y propuso que cada uno de los cuatro elementos tenían un lugar natural hacia el cual tendían a moverse estos elementos. Así, la materia hecha de tierra y de agua tendía ir hacia abajo y la materia hecha de aire y fuego hacia arriba.

Aún más, el primer libro de Física en la historia del conocimiento es de Aristóteles. Ahí, Aristóteles trata de manera sistemática los principios y leyes que gobiernan al mundo natural y su temática es sobre el movimiento, sus causas y su relación con el espacio, el tiempo y la materia. Aristóteles señala en esta obra que los cuerpos caen a su lugar natural con

una velocidad que es proporcional a su peso y para dar una mejor comprensión de esta situación, él utiliza la siguiente metáfora: los cuerpos que caen a su lugar natural, entre más cerca estén de este lugar, más rápido se moverán, como un soldado que regresa a su hogar después de estar en la guerra y entre más se acerca a su destino, más rápido se mueve hacia él. Estas ideas están basadas en el pensamiento metafísico de Aristóteles de dar orden y propósito al Universo.

La Física de Aristóteles fue tan impactante, que su obra fue fundamental en la educación y el conocimiento científico de la Antigüedad y la Edad Media y hubo de pasar muchos siglos para que las ideas de Aristóteles se discutieran críticamente.

Diversos pensadores entre los siglos VI a XVI criticaron las ideas de Aristóteles y prepararon las ideas para que Galileo, a finales del siglo XVI, propusiera una manera diferente de enfocar el estudio de la caída de los cuerpos con el experimento además de la observación y la abstracción matemática de los resultados experimentales. En la época de Galileo, la medición del tiempo era bastante rudimentaria y el movimiento de caída de los cuerpos sólidos demasiado rápido para poder hacer mediciones de tiempo. Por ello, Galileo construye dispositivos para medir intervalos de tiempo pequeños y diseña experimentos como el del plano inclinado para reducir la rapidez de caída de un cuerpo rodante por el plano inclinado y medir así la aceleración de este cuerpo. Es imposible, en unos pocos párrafos, relatar como Galileo utiliza el análisis de los datos experimentales para proponer desarrollos matemáticos abstractos que explican el comportamiento del movimiento de caída de una esfera rodante por un plano inclinado. Baste decir que, con sus experimentos y desarrollos matemáticos, Galileo deduce que la aceleración de los cuerpos que caen verticalmente al piso lo hacen con aceleración constante. Galileo deja estas ideas plasmadas en su libro *Discurso y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*, la ciencia de la resistencia de los materiales y la ciencia del movimiento.

Galileo ha dado el gran salto en la forma de pensar sobre los fenómenos de la naturaleza, en lugar de la filosofía metafísica de Aristóteles, él utiliza el experimento para validar sus teorías que establece en un lenguaje matemático estricto y muestra el camino que se ha llamado el método científico, que se basa en la observación, la formulación de hipótesis, la experimentación, la obtención y reproducibilidad de resultados, el análisis de datos, la corrección de errores, la verificación de hipótesis y el desarrollo de teorías para la investigación y el descubrimiento del conocimiento.

Copérnico primero y más tarde Kepler junto con Galileo realizan el estudio del movimiento de los planetas del sistema solar e inician la primera revolución científica de la historia de la humanidad que con Newton los principios fundamentales de la ciencia moderna se consolidan.

En esta época de transición de la Física, entre el entendimiento de los fenómenos físicos terrestres y fenómenos celestes del movimiento de los planetas en el sistema solar es que aparece Newton, en un momento también, en que el formalismo de las ideas físicas ha alcanzado un avance sorprendente junto con el conocimiento matemático, donde el mismo Newton ha contribuido de manera notable a este conocimiento.

Es precisamente Newton, quien establece tres leyes de la dinámica que explican el movimiento de los cuerpos de manera general con base a la interacción entre un cuerpo masivo con el resto de los cuerpos que lo rodean y que conceptualiza a la fuerza entre los objetos como esta interacción, la cual queda definida en estas tres leyes, lo que le permite a Newton, deducir la ley de la fuerza de atracción entre dos masas que explica por completo el movimiento de los cuerpos masivos hacia la tierra, independiente si son cuerpos sólido, líquido o gaseoso y los cuerpos celestes..

Ha sido un hito en la historia del conocimiento explicar el movimiento de tres de los elementos de los griegos, tierra (sólidos), agua (líquidos) y aire (gaseosos) con las leyes y principios físicos de Newton, y aún es más significativo que con estas leyes y contribuciones de Newton se unificó el entendimiento de los fenómenos terrestres con los celestes en un solo corpus de conocimientos, cuyo contenido Newton lo dejó en su obra magna *Principia Matemática*.

Las contribuciones de Newton a la Mecánica fueron tan revolucionarias que abrió la puerta para elaborar nuevas ramas de la Física, la física de fluidos, la óptica, la termodinámica, el electromagnetismo y la astronomía. La mecánica misma se desarrolló con un formalismo matemático y conceptual avanzado, pero fundado siempre en los principios establecidos por Newton y otros contemporáneos de Newton como Leibnitz y Huygens.

Es así como la humanidad llega a finales del siglo XIX, con la certeza de que la mayoría de los fenómenos físicos han sido explicados, excepto algunos, como los espectros atómicos, la radiación del cuerpo negro y la disminución del calor

específico con la temperatura. Fenómenos que, al despertar del siglo XX, dan lugar a una nueva revolución científica, con el nacimiento de la Mecánica Cuántica y la de la Relatividad Especial y General.

Es con la Relatividad General de Einstein cuando se cuestionan los principios y leyes de Newton para la explicación de la caída libre debido a su interacción con la gravedad. Para explicar la gravedad de Newton, Einstein tiene un nuevo enfoque que lo resume en su principio de equivalencia, donde él establece que los efectos de un campo gravitatorio uniforme (una nueva conceptualización de la gravedad dada por Einstein) son indistinguibles de los efectos que se tienen en un sistema que se mueve con aceleración constante. Esta idea, obliga a cambiar la aplicación de la física de Newton en los sistemas inerciales, (aquellos que se mueven con velocidad constante) a los sistemas no inerciales (en particular a aquellos que se mueven con aceleración constante) y los hace equivalentes a los fenómenos de movimiento que ocurren en un campo gravitacional que más adelante Einstein lo conceptualiza como una deformación del espacio-tiempo, con lo que Einstein revoluciona las ideas del espacio-tiempo y su interacción con la materia y la energía, como una curvatura del espacio-tiempo causada por la masa y la energía.

En la educación actual, las nuevas generaciones de estudiantes han de asimilar estas ideas sobre la caída libre, sin embargo, como hemos visto, en este proceso histórico de su desarrollo, su complejidad ha ido en aumento y para su entendimiento es necesario seguir un proceso de pensamiento crítico como el que se ha desarrollado en la ciencia.

II. EL PENSAMIENTO CRÍTICO

En un artículo de Alec Fisher se hace una rápida revisión de las diversas definiciones que se han realizado al paso del tiempo del pensamiento crítico. En seguida hacemos una síntesis de lo dicho por este autor.

John Dewey, en *How to Think* publicada en 1910, considera que El pensamiento crítico es un proceso activo en el cual una persona reflexiona sobre un tema, se formula preguntas y busca información relevante para comprenderla mejor. Es un pensamiento persistente y cuidadoso, pero lo más importante de este proceso son las razones que tiene la persona para creer en algo y las implicaciones de estas creencias.

Watson Glaser agrega que se requiere de una disposición: (a) para considerar de manera reflexiva temas y problemas que están al alcance de la propia experiencia, (b) para conocer métodos de investigación y de razonamiento lógico, y (c) para desarrollar habilidades para aplicar estos métodos.

Robert Ennis afirma más recientemente que el pensamiento crítico es un pensamiento razonable, reflexivo que está enfocado a decidir lo que se cree o se hace. En lo razonable y reflexivo está de acuerdo con las anteriores definiciones, pero el agrega la toma de decisiones como parte del pensamiento crítico.

Paul Richard considera que el pensamiento crítico de una persona sobre un tema, un contenido o un problema mejora su pensamiento y se hace cargo con habilidad de las estructuras inherentes de ese pensamiento, imponiéndole criterios de evaluación. Para Richard lo importante es pensar sobre lo pensado, es decir, la metacognición, un quehacer que se hace consciente con la finalidad de mejorar el pensamiento con referencia a algún modelo de buen pensamiento y que requiere del desarrollo de habilidades de pensamiento específicas.

Glaser da la siguiente lista de las habilidades que sustentan el pensamiento crítico.

1. Reconocer los problemas
2. Encontrar medios viables para resolver estos problemas
3. Recopilar y organizar información pertinente.
4. Reconocer suposiciones y valores no establecidos.
5. Comprender y utilizar el lenguaje con precisión, claridad y discernimiento.
6. Interpretar datos, evaluar pruebas y valorar afirmaciones.
7. Reconocer la existencia de relaciones lógicas entre proposiciones.
8. Extraer conclusiones y generalizaciones justificadas.
9. Poner a prueba las generalizaciones y conclusiones a las que se llega.
10. Reconstruir los propios patrones de creencias sobre la base de una experiencia más amplia.
11. Emitir juicios precisos sobre cosas y cualidades específicas de la vida cotidiana.

Glaser influenciado por Dewey, considera que el pensamiento científico es un modelo del pensamiento reflexivo, y muchos elementos de su lista se incluyen en las listas modernas de Norris y Ennis (1989) y Fisher and Scriven (1997), entre ellos, los de:

1. Identificar los elementos de un caso razonado, especialmente razones y conclusiones.
2. Identificar y evaluar suposiciones.
3. Aclarar e interpretar expresiones e ideas.
4. Juzgar la aceptabilidad, especialmente la credibilidad, de afirmaciones.
5. Evaluar argumentos de distintos tipos.
6. Analizar, evaluar y tomar decisiones.
7. Extraer inferencias.
8. Producir argumentos.

Por último, Michael Scriven argumenta que el pensamiento crítico es una competencia académica similar a la lectura y la escritura y tiene importancia fundamental. Él la define así: El pensamiento crítico es una interpretación y evaluación hábil y activa de las observaciones, comunicaciones, informaciones y argumentaciones.

Esta definición describe el pensamiento crítico como un proceso activo y competente de interpretación y evaluación de diversas formas de información y argumentos. En esta definición se resalta la importancia de la habilidad y la actividad en el pensamiento crítico, lo cual es esencial para analizar y evaluar la información de manera efectiva.

Para Scriven, el pensamiento para ser crítico debe cumplir con ciertos estándares de claridad, relevancia, razonabilidad, etc. Es el pensamiento crítico un proceso activo, en parte porque implica cuestionamiento y en parte por la metacognición. Incluye la interpretación de textos, discursos, películas, animaciones, simulaciones, gráficos, lenguaje simbólico, acciones e incluso lenguaje corporal, porque al igual que la explicación, la interpretación implica construir y selección de las mejores alternativas, que son cruciales para sacar conclusiones sobre afirmaciones complejas. Incluye la evaluación porque determina la calidad y el valor de algo y porque gran parte del pensamiento crítico se ocupa de evaluar la verdad, probabilidad o confiabilidad de las afirmaciones.

III. MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE MOVIMIENTOS

Indudablemente, Galileo, Newton y Einstein aplicaron el pensamiento crítico en el desarrollo de sus ideas sobre la caída libre.

Con Galileo queda clara esta forma de pensar de los científicos, él establece algunos de los principios fundamentales del pensamiento crítico, forma de pensar que es seguida por los científicos posteriores a él y que aún seguimos aplicando en las metodologías seguidas para la adquisición crítica del conocimiento.

En los tiempos actuales, el desarrollo de la tecnología ha alcanzado metas impensables en otros tiempos. Por lo que, para el entendimiento de la ciencia construida por Galileo, Newton y Einstein, hemos de usar las ventajas que nos dan los nuevos enfoques educativos como STEM.

Una de estas ventajas es animar y simular por computadora los fenómenos de la Física, en particular los fenómenos de movimiento de caída libre bajo diferentes enfoques.

La animación del movimiento de un objeto es una técnica en que mediante una secuencia visual se representa el movimiento del objeto. La animación se puede hacer manualmente o por computadora y para ello se dispone de diversas herramientas computacionales para realizarlas, entre ellas, la programación con *Excel VBA* que es fácil de utilizar para programar animaciones y simulaciones de los fenómenos de la física.

La animación y simulación con *Excel VBA* se hace posicionando un objeto en movimiento (una *Forma* o imagen que adquiere propiedades como su posición en la *Hoja Excel*) en diferentes posiciones en una *Hoja Excel* en blanco, según un parámetro (que llamaremos tiempo) que aumenta de manera constante.

Si la posición del objeto varía de acuerdo con alguna fórmula que dependa del parámetro tiempo entonces se tiene un movimiento del objeto en la *Hoja1* de *Excel*. Un ejemplo del movimiento de un carro en la *Hoja1* de *Excel* se muestra en la Tabla I.

Por otra parte, la simulación de fenómenos de movimiento es una habilidad desarrollada en computación con un enfoque STEM para la programación del movimiento de objetos de manera realista y reproducible. Es una herramienta poderosa para que los estudiantes analicen y discutan críticamente el comportamiento de los fenómenos y los principios y leyes en los que se basan.

Tabla. I. Animación de un auto con velocidad constante.

Los pasos para animar un carro rojo con velocidad constante en Excel son los siguientes:

1. Se busca una imagen con fondo blanco de libre adquisición de un carro rojo en Internet y se guarda la imagen.
2. Se abre la aplicación *Excel* y la *Hoja1* se pone en blanco: Se hace clic en la esquina superior izquierda en donde se cruzan las filas y las columnas de la hoja de Excel, se da clic en el icono de control de color y se elige el color blanco.
3. Se inserta la imagen del carro rojo sobre las celdas de la *Hoja1* de *Excel*. Se orienta hacia la derecha el carro rojo.
4. Se hace clic sobre la imagen del carro rojo para que su nombre aparezca en la esquina superior izquierda, encima de la columna A y a la izquierda de la barra de fórmulas e independiente del nombre que *Excel* le de a la *Forma* del carro rojo, se reescribe el nombre de *carrorerojo* y se presiona la tecla *Intro* para que *Excel* admita este nombre.
5. Se abre el editor de VBA de *Excel* con *Alt F11* o haciendo clic en la pestaña *Programador* y en el icono *VisualBasic*. Para tener el editor VBA en las pestañas de *Excel* se sigue lo siguiente: Se hace clic en la pestaña *Archivo*, se selecciona *Opciones* en el menú desplegable y *Personalizar* para marcar la casilla *Desarrollador* y *Aceptar*. Este procedimiento hará que aparezca la pestaña *Programador* en *Excel*.
6. En el editor de VBA, se va a *Insertar* y se selecciona *Módulo*.
7. Se copia y se pega el siguiente código en el módulo.

```
Sub AnimarCarrorerojo()
'AGYH/25122024
'Se dimensionan las variables
Dim t, Dt As Long
Dim x0, x As Double
Dim v0 As Double
'Se dan datos iniciales de arranque
Dt = 1
x0 = 10
y0 = 100
v0 = 1
'Se establecen; valores; iniciales; de la forma
With Hoja1
Hoja1.Shapes("carrorerojo").Top = y0
Hoja1.Shapes("carrorerojo").Left = x0
Application.Wait Now + TimeValue("00:00:01")
'Se inicia la animación del movimiento
For t = 0 To 1000 * Dt
    Hoja1.Shapes("carrorerojo").Left = x0 + v0 * t
DoEvents
Next t
Hoja1.Shapes("carrorerojo").Top = y0
Hoja1.Shapes("carrorerojo").Left = x0
End With
End Sub
```

8. Se cierra el editor VBA.
9. Se presiona *Alt + F8*, se selecciona "*Animarcarrorerojo*" y se hace clic en *Ejecutar*.
10. Se le da un nombre al programa Excel de la animación del carro rojo y se guarda.

Simular los modelos de la caída libre desarrollados por Aristóteles, Galileo, Newton y Einstein son muy posibles de realizar mediante algoritmos matemáticos que replican las leyes de la física propuestos por ellos y que usaremos para que los estudiantes discutan los conceptos de la caída de los cuerpos según los diferentes enfoques de estos científicos. Para la modelación de los diferentes enfoques de la caída libre utilizamos las ecuaciones de movimiento uniforme acelerado o el algoritmo matemático basado en el método numérico de Euler para resolver la ecuación de movimiento de Newton bajo diferentes fuerzas aplicadas a un objeto en caída hacia la superficie terrestre en un programa en *Excel* VBA que utiliza las *Formas* que pueden ser animadas en la *Hoja1* de *Excel* para simular los movimientos deseados.

En la Tabla II se da un ejemplo del movimiento de un carro en la *Hoja1* de *Excel*, sujeto a una fuerza constante y que se mueve con aceleración constante.

Tabla. II. Animación de un auto con aceleración constante.

Los pasos para simular un carro verde con velocidad constante en Excel son los siguientes:

1. Se busca una imagen con fondo blanco de libre adquisición de un carro verde en Internet y se guarda la imagen.
2. Se abre la aplicación *Excel* y la *Hoja1* se pone en blanco: Se hace clic en la esquina superior izquierda en donde se cruzan las filas y las columnas de la hoja de Excel, se da clic en el icono de control de color y se elige el color blanco.
3. Se inserta la imagen del carro verde sobre las celdas de la *Hoja1* de *Excel*. Se orienta hacia la derecha el carro verde.
4. Se hace clic sobre la imagen del carro verde para que su nombre aparezca en la esquina superior izquierda, encima de la columna A y a la izquierda de la barra de fórmulas e independiente del nombre que *Excel* le de a la *Forma* del carro rojo, se reescribe el nombre de *carroverde* y se presiona la tecla *Intro* para que *Excel* admita este nombre.
5. Se abre el editor de VBA de *Excel* con *Alt F11* o haciendo clic en la pestaña *Programador* y en el icono *VisualBasic*.
6. En el editor de VBA, se va a *Insertar* y se selecciona *Módulo*.
7. Se copia y se pega el siguiente código en el módulo.

```
Sub SimulaMovimientoCarroverde()
'AGYH/25122024
'Se dimensionan las variables
Dim t, Dt As Long
Dim x0, x As Double
Dim v0 As Double
Dim a As Double
'Se dan datos iniciales de arranque
m = 1
Dt = 1
x0 = 10
y0 = 100
v0 = 1
a = 0.3
v = v0
'Se establecen; valores; iniciales; de la forma
With Hoja1
Hoja1.Shapes("carroverde").Top = y0
Hoja1.Shapes("carroverde").Left = x0
Application.Wait Now + TimeValue("00:00:01")
'Se inicia la animación del movimiento
For t = 0 To 1000 * Dt
'Método numérico de Euler
vt = v
v = v + (F(m,a) / m) * Dt
vM = (vt + v) / 2
x = x + vM * Dt
x = x0 + v0 * t
v = vt + (F(m,a) / m) * Dt
Hoja1.Shapes("carroverde").Left = x
DoEvents
Next t
Hoja1.Shapes("carroverde").Top = y0
Hoja1.Shapes("carroverde").Left = x0
End With
End Sub
Function F(m, a)
F = m * a
End Function
```

8. Se cierra el editor VBA.

9. Se presiona *Alt + F8*, se selecciona "*SimulaMovimientoCarroverde*" y se hace clic en *Ejecutar*.
10. Se le da un nombre al programa Excel de la animación del carro verde y se guarda.

Para simular la caída libre de un objeto con el programa de la Tabla II, solo hay que intercambiar las coordenadas de la *Forma carroverde*, y por x y x por y , para que x se mantenga fija y y sea la variable que determina la altura del objeto. Para que la aceleración del objeto sea la aceleración de g hay que hacer $a = 9.8$. También hay que cambiar la imagen de

la forma de un carro a una forma que sea el de una piedra que cae de cierta altura, pero esta tarea ya se le deja al lector para que la realice.

Estos cambios sencillos del programa permiten a los estudiantes cambiar el movimiento horizontal con aceleración constante en un movimiento de caída libre vertical con aceleración $g = 9.8$ (¿por qué se le asigna a g un valor positivo?).

Hasta el momento, hemos propuestos dos algoritmos para animar o simular dos movimientos con una solución previamente establecida, sin embargo, las simulaciones pueden programarse para resolver problemas de movimiento y prepararse a los estudiantes para discutir situaciones diversas con experiencias inesperadas que las pueden enfrentar.

Un problema sencillo de resolver por los estudiantes con lápiz y papel es el de un *autoamarillo* que se mueve con velocidad constante horizontal v_0 a una distancia d de un precipicio, en un momento dado, el auto frena con aceleración constante, no mayor a la aceleración de la gravedad y se detiene antes de caer al precipicio. Este es un problema abierto, pues aunque d y v_0 estén dado de antemano, la aceleración puede ser cualquiera que cumpla con el objetivo de que el auto no caiga al precipicio, ¿cómo combinar ambos programas para resolver este problema?

En este ejercicio, más que resolver el problema de movimiento es poner en marcha el pensamiento crítico para resolver problemas reales, pues iremos complicando los problemas para que no solo simulen situaciones que se aproximen a la realidad, sino que simulen situaciones experimentales del mundo real (pues el experimento en lugar de quedar relegado por las simulaciones debe ser apoyado por las simulaciones para predecir situaciones reales que se ajusten a parámetros y variables experimentales).

IV. LA SIMULACIÓN DE LA CAÍDA DE LOS CUERPOS Y EL PENSAMIENTO CRÍTICO

Con las bases de la programación de algoritmos para la animación y simulación de movimientos en *Excel VBA* dadas en el inciso anterior nos es posible realizar una serie de algoritmos que simulen el movimiento de caída de cuerpos según los diferentes puntos de vista de Aristóteles, Galileo, Newton y Einstein.

Empecemos con una afirmación aristotélica:

“Dos objetos de diferente peso en caída hacia la superficie terrestre caen al piso con diferentes velocidades. Una piedra n veces más pesada que una pluma cae n veces más rápido que la pluma ligera”.

En la Tabla III se simula el movimiento de una piedra y una pluma que caen al piso según sus pesos, más rápido el cuerpo “pesado” y menos rápido el cuerpo “ligero”, como lo propone la afirmación aristotélica (donde hemos puesto entre comillas pesado y ligero, pues estos conceptos los damos en el contexto aristotélico y no newtoniano).

Al realizar la comparación de la caída de una piedra con el de una pluma, se induce al pensamiento de los estudiantes a pensar que es una situación posible en el mundo real, pues es una situación con la que es fácil experimentar en la realidad. Se ha puesto, para empezar, una diferencia de n veces más pesada la piedra que la pluma, con $n = 10$. para que la simulación les parezca factible a los estudiantes, que implica que la velocidad de caída de la pluma es cinco veces menor que la velocidad de caída de la piedra.

El valor de n puede ser cualquier valor entero, pero se sugiere que sean un valor entero entre 1 y 400.

El valor de 1 es especial, pues la piedra y la pluma caerán al piso al mismo tiempo. Si esta alternativa se les presenta a los estudiantes, a ellos les parecerá una situación no realista, pues las plumas no caen igual que las piedras.

Igualmente pasará lo mismo si se les presenta la situación donde $n = 10$, valor elegido en la obra de Galileo, donde Simplicio, el representante de las ideas aristotélicas, comenta: *Aristóteles supone que cuerpos de diferente peso se mueven en un mismo medio con velocidades diferentes que guardan entre sí la misma relación que los pesos; de modo que, por ejemplo, un cuerpo que es diez veces más pesado que otro se moverá diez veces más rápido que el otro.*

Tabla. III. Simulación de la caída de una piedra y una pluma según criterios aristotélicos.

Los pasos para simular un carro verde con velocidad constante en Excel son los siguientes:

1. Se busca una imagen con fondo blanco de libre adquisición de una piedra y una pluma en Internet y se guardan la imágenes.
2. Se abre la aplicación *Excel* y la *Hoja1* se pone en blanco: Se hace clic en la esquina superior izquierda en donde se cruzan las filas y las columnas de la hoja de Excel, se da clic en el icono de control de color y se elige el color blanco.
3. Se insertan las imágenes de la piedra y la pluma sobre las celdas de la *Hoja1* de *Excel*. La pluma se orienta de tal manera que parezca caer flotando.
4. Se hace clic sobre la imagen de la piedra para que su nombre aparezca en la esquina superior izquierda, encima de la columna A y a la izquierda de la barra de fórmulas e independiente del nombre que *Excel* le da a la *Forma* de la piedra, se reescribe el nombre de *Piedra* y se presiona la tecla *Intro* para que *Excel* admita este nombre. Para la pluma se hace lo mismo y se le da el nombre de *Pluma*.
5. Se abre el editor de VBA de *Excel* con *Alt F11* o haciendo clic en la pestaña *Programador* y en el icono *VisualBasic*. Para tener el editor VBA en las pestañas de *Excel* se sigue lo siguiente: Se hace clic en la pestaña *Archivo*, se selecciona *Opciones* en el menú desplegable y *Personalizar* para marcar la casilla *Desarrollador* y *Aceptar*. Este procedimiento hará que aparezca la pestaña *Programador* en *Excel*.
6. En el editor de VBA, se va a *Insertar* y se selecciona *Módulo*.
7. Se copia y se pega el siguiente código en el módulo.

```
Sub AristotelesCaida2Pesos()
'AGYH/25122024
'Se dimensionan las variables
Dim t, Dt As Double
Dim x10, x20, x1, x2 As Double
Dim v10, v20, v1, v2 As Double
'Se dan datos iniciales de arranque y detención
Dt = 0.1
F = 100000
n = 10 'El peso P2 = P1/n
'Datos; iniciales; de; la; piedra
x10 = 250
y10 = 50
v10 = 1
'Datos iniciales de la pluma
x20 = 500
y20 = 70
v20 = v10 / n
'Se establecen; valores; iniciales; de la forma
With Hoja1
Hoja1.Shapes("Piedra").Top = y10
Hoja1.Shapes("Piedra").Left = x10
Hoja1.Shapes("Pluma").Top = y20
Hoja1.Shapes("Pluma").Left = x20
'Se inicia la animación del movimiento
For t = 0 To F * Dt
    y1 = y10 + v10 * t
    Hoja1.Shapes("Piedra").Top = y1
    y2 = y20 + v20 * t
    Hoja1.Shapes("Pluma").Top = y2
DoEvents
Next t
Application.Wait Now + TimeValue("00:00:02")
Hoja1.Shapes("Piedra").Top = y10
Hoja1.Shapes("Piedra").Left = x10
Hoja1.Shapes("Pluma").Top = y20
Hoja1.Shapes("Pluma").Left = x20
End With
End Sub
```

8. Se cierra el editor VBA.
9. Se presiona *Alt + F8*, se selecciona "*AristotelesCaida2Pesos*" y se hace clic en *Ejecutar*.
10. Se le da un nombre al programa Excel de la animación del carro rojo y se guarda.

En el caso de $n = 10$, la pluma cae después que la piedra al piso, pero con una diferencia que a los estudiantes les podrá parecer factible, aunque al comparar sus pesos, según la afirmación aristotélica la pluma tendrá diez veces menos peso que la piedra. Ciertamente hay piedras de tamaño muy pequeño que pueda cumplir esta posibilidad, como una piedra

del tamaño de una uva que puede tener una masa de 10 g, comparada con una pluma de un águila, cuya masa puede ser de 1g, así que la afirmación aristotélica puede ser creíble.

Sin embargo, si la piedra es de mayor tamaño, por ejemplo, del tamaño de una ciruela de una masa alrededor de 200 g y la pluma, aún de águila, la relación entre los pesos de la pluma y la piedra ahora es de 1/100, la misma relación que habrá entre sus velocidades, como en la observación que hace Sagredo del comentario de Simplicio en la obra de Galileo: *yo, Simplicio, he hecho la prueba, y puedo asegurarte que una bala de cañón de cien o doscientas libras, o incluso más, no llegará al suelo por tanto como un palmo por delante de una bala de mosquete que pesa sólo media libra, siempre que ambas se dejen caer desde una altura de 200 codos (unos 100 m).*

En este caso, cuando la piedra es unas doscientas veces más pesada que la pluma, la piedra habrá caído al piso, mientras que la pluma parece flotar en la misma altura en la que se le soltó y solo después de varios minutos llegará al piso. Para los estudiantes, esta posibilidad será absurda en general y difícilmente la aceptaran.

Por otra parte, en estas simulaciones se puede cambiar la pluma por una piedra mucho más pequeña de 1 g de masa, variando la masa de la piedra grande igual que en las simulaciones con la pluma. Con el simple cambio de una piedra pequeña por la pluma, se trata de que los estudiantes piensen en la realidad de todas estas posibilidades y realicen experimentos sencillos, de dejar caer cuerpos como piedras, plumas (que pueden sustituirlas por plumas de papel) para que sigan un proceso de pensamiento crítico como el señalado por Glaser o Norris y Ellis, como el propuesto en los apéndices A y B.

Al final de todas las observaciones realizadas por los estudiantes, ellos deberán de decidir el valor de n , de tal forma, que la comparación de movimientos les parezca más realista.

Indudablemente, las diferentes comparaciones de movimiento contrastantes con la realidad cuestionan la forma de pensar de cualquier estudiante, pues se presenta situaciones extrañas, como la caída simultánea de una piedra y una pluma, donde la pluma cae igual que la piedra o parece flotar en el espacio, con el fin de estimular el pensamiento crítico de los estudiantes, por lo que después de cada simulación se les pregunta ¿es realista la caída de los dos objetos según la afirmación aristotélica?

Para que quede constancia de su forma de pensar, se les pide a los estudiantes que escriban en sus bitácoras todas las observaciones, descripciones, análisis, inferencias, propuestas, decisiones, etc. realizada por ellos sobre la comparación de movimientos, de tal forma que, al pasar a las siguientes simulaciones y experimentos, ello vayan dejando por escrito su pensamiento al respecto, para que al final del proceso ellos revisen cual fue la evolución de su pensamiento sobre las ideas de caída de los cuerpos y ellos mismos puedan reflexionar sobre los cambios ocurridos en su pensamiento.

V. SIMULACIONES ESTÁTICAS E INTERACTIVAS DE LA CAÍDA DE LOS CUERPOS

En la simulación sobre la caída de cuerpos según los criterios dados por Aristóteles, Galileo, Newton y Einstein se trata de proponer a los estudiantes una visión que ponga a prueba su pensamiento crítico. Esto se puede hacer de dos maneras con simulaciones estáticas o interactivas. La combinación de ambas formas de presentar la simulación de un tema a los estudiantes es una estrategia, en donde con en el primer tipo de simulación se despierta en ellos su curiosidad para realizar preguntas al observar lo que ocurre en la simulación, sin poder alterar su procesamientos y con el segundo tipo de simulación en donde los estudiantes resolverán por ellos mismos sus preguntas, en un ambiente gráfico más abierto, que les permite variar los parámetros de inicio de la simulación de manera que ellos puedan establecer un esquema propio que responda a sus preguntas.

La simulación de la Tabla III es una simulación estática, ya que solo se pueden cambiar los parámetros de la simulación a partir de modificar el algoritmo de la simulación, la cual se recomienda que en el momento de interpretación de las simulaciones por los estudiantes, no sea conocido por ellos los algoritmos que construyen estas simulaciones.

Para que la simulación sea interactiva es necesario que los estudiantes puedan cambiar uno o más parámetros establecidos inicialmente en la simulación. Por ejemplo, en la simulación de la Tabla III, si los estudiantes pueden variar el valor de n , lo que ocurre es que la velocidad de la pluma varía según la velocidad de la piedra entre n .

Este cambio sencillo, permite que los estudiantes prueben por sí mismo lo que ocurre en la simulación con la de la caída de la pluma comparada con la caída de la piedra, sin la intervención del profesor. Ellos mismos podrán encontrar, ya sea por prueba o error o ya sea por medio del razonamiento, la solución más adaptable a su pensamiento.

Para que la simulación de la Tabla III sea interactiva basta sustituir en el algoritmo del programa el valor de n por la siguiente instrucción:

$$n = \text{Range}("c2").\text{Value}$$

y agregar en la *Hojal* de *Excel* en la celda B2 la cadena "n =" y en la celda C2 el valor 10, que asigna este valor al parámetro n que está programado en el algoritmo de la simulación.

El resultado de este pequeño cambio es que en la pantalla de la *Hojal* de *Excel* aparece en celdas consecutivas $n = 10$ junto con las Formas de la simulación. El tamaño de esta asignación aparece pequeña pero se puede cambiar a un tamaño visible para los estudiantes.

Con el valor inicial de n igual a 10, los estudiantes pueden ejecutar la simulación con Alt + F8 como se dice en la Tabla III para ver la simulación y escribir sus observaciones en su bitácora. Enseguida, ellos pueden cambiar el valor de n por cualquier entero como $n = 1$ o $n = 100$ como se les puede sugerir, para que vean situaciones extremas.

Por el momento, n puede recibir cualquier valor entero o no, pero unas cuantas líneas de programación pueden evitar esta situación que se deja al lector construir para solo permitir que los estudiantes pongan números enteros entre 1 y 100.

Mayor programación hará más interactiva la simulación, sin cambiar su objetivo final, la de simular situaciones diversas de la afirmación aristotélica de la sección anterior, pero es importante complicar a los estudiantes poco a poco y no de golpe, pues es posible que al agregar muchos cambios de parámetros que los estudiantes puedan realizar desde la *Hojal* de *Excel*, ellos las realicen por medio del azar y no por el razonamiento.

El ejercicio de despertar el pensamiento crítico de los estudiantes con esta simulación es que se cuestionen la factibilidad de que ocurran estos eventos en la naturaleza y crear en ellos la necesidad de experimentar con estos mismos eventos y tomar vídeos de las comparaciones de caída de dos cuerpos por equipos, primero con la comparación de las caídas de una piedra con una pluma y segundo con dos piedras, una grande y otra chica, para que el siguiente nivel de discusión sea con la observación de los videos de los eventos experimentales.

El conseguir una pluma de águila no es algo que pueda ser fácil de lograr, inclusive no es fácil conseguir una pluma de cualquier ave, por lo que se puede pedir a los estudiantes que piensen en como sustituir la pluma, por ejemplo, con hojas secas de árboles o papeles con la figura de plumas de ave o cualquier otra forma, para hacer sus experimentos de comparación con una piedra. Siempre teniendo en mente que los estudiantes puedan medir sus masas para poder compararlas, antes de hacer el experimento de comparar sus caídas al piso y verificar que cumplen con la condición de peso establecido en la afirmación aristotélica,

Las nuevas tecnologías de la instrumentación pueden ser útiles para la medición de los movimientos de caída de la piedra y de la pluma (en caso de que esta sea el objeto de experimentación) como los sensores de ultrasonido, pero en este caso, como la pluma caerá al piso en un movimiento de vaivén, es mejor utilizar el video de los teléfonos inteligentes y mejor si es posible usar la cámara lenta que tomará imágenes a una frecuencia mayor de 30 fps.

Una medición del movimiento con video permitirá que los estudiantes repitan el experimento varias veces y observen los movimientos de caída, el de la piedra, será demasiado rápido que la cámara lenta capturará muy bien y lo hará visible a los estudiantes y el de la pluma muy lenta, que la cámara lenta ralentizará todavía más, por lo que se recomienda a los estudiantes, si les es posible, hacer dos tomas de la caída de la piedra y la pluma al mismo tiempo, una a velocidad normal de 30 fps y otra en cámara lenta.

En los experimentos, cada grupo de estudiantes podrá decidir el peso de los objetos elegidos, que se les pedirá los registren puntualmente en sus bitácoras, junto con la altura de caída desde el reposo de ambos objetos. En el video del experimento se podrá medir el tiempo de caída y la velocidad del movimiento.

Los estudiantes podrán regresar en cualquier momento a la simulación interactiva para ver si pueden simular lo observado experimentalmente.

Antes de pasar a las ideas galileanas, es necesario que los estudiantes escriban en su bitácora sus conclusiones sobre sus observaciones en las simulaciones y en sus experimentos. Lo importante de los escritos de los estudiantes en sus bitácoras, no es que sirvan para hacer un reporte para el profesor para su revisión, sino de que ellos vayan documentado para ellos mismos su forma de pensar según vaya evolucionando en el transcurso de sus observaciones para que ellos, al terminar cada parte de este proceso de transformación de sus pensamientos, realicen actividades de metacognición que les ayude entender sus propios procesos de pensamiento y que les permita mejorar sus estrategias de aprendizaje.

V. EL MOVIMIENTO DE CAÍDA EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO CRÍTICO

Va. El movimiento de caída según Galileo

La producción de simulaciones por cada idea sobre la caída libre dada por Galileo, Newton y Einstein trazará una perspectiva de pensamientos que los estudiantes pueden enfrentar, interpretar y cuestionar de distintas formas.

La base de estas simulaciones la tenemos en la simulación de las tablas I, II y III. Los algoritmos de estas simulaciones con modificaciones pertinentes pueden establecer nuevas simulaciones que recreen las ideas de la caída libre según los conceptos establecidos por Galileo, Newton y Einstein.

En esta sección, mostraremos tres simulaciones que estarán de acuerdo con el pensamiento de cada uno de estos científicos que con sus ideas han establecido las bases de la teoría que nos permiten entender la mecánica del mundo y el Universo.

Tabla. IV. Algoritmo para la simulación de la caída libre según las ideas galileanas.

```

Sub GalileoCaída2Pesos()
'AGYH/25122024
'Se dimensionan las variables
Dim t, Dt As Double
Dim x10, x20, x1, x2 As Double
Dim v10, v20, v1, v2 As Double
'Se dan datos iniciales de arranque y detención
Dt = 0.005
g = 9.8
F = 10000
'Datos; iniciales; de; la; piedra
x10 = 250
y10 = 50
v10 = 0
'Datos iniciales de la pluma
x20 = 500
y20 = 70
v20 = 0
'Se establecen; valores; iniciales; de la forma
With Hoja1
Hoja1.Shapes("PiedraGrande").Top = y10
Hoja1.Shapes("PiedraGrande").Left = x10
Hoja1.Shapes("PiedraChica").Top = y20
Hoja1.Shapes("PiedraChica").Left = x20
'Se inicia la animación del movimiento
For t = 0 To F Step Dt
y1 = y10 + v10 * t + 0.5 * g * t * t
Hoja1.Shapes("PiedraGrande").Top = y1
y2 = y20 + v20 * t + 0.5 * g * t * t
Hoja1.Shapes("PiedraChica").Top = y2
DoEvents
'Application.Wait Now + TimeValue("00:00:001")
Next t
Hoja1.Shapes("PiedraGrande").Top = y10
Hoja1.Shapes("PiedraGrande").Left = x10
Hoja1.Shapes("PiedraChica").Top = y20
Hoja1.Shapes("PiedraChica").Left = x20
End With
End Sub

```

A diferencia de Aristóteles, que basa sus conceptos en la observación y su filosofía metafísica de que los cuerpos pesados caen más rápido que los ligeros por tener una mayor tendencia de dirigirse a su lugar natural, Galileo lo hace con base a la observación, la experimentación y la deducción de principios y leyes con base a los resultados experimentales y el razonamiento de modelos matemáticos que explican tales resultados y deducen nuevos resultados.

Galileo es el responsable del concepto de caída libre. En sus experimentos él observa que los objetos pesados y ligeros que se dejan caer desde el reposo al mismo tiempo caen al piso casi igualmente con la misma aceleración. Galileo explica

la diferencia de tiempos de caída al piso debido a la resistencia del aire y deduce que, si se eliminara esta resistencia, es decir, si el experimento se hiciera en el vacío, **los cuerpos caerían al piso con la misma aceleración**, estableciendo así la definición de caída libre. Aunque Galileo hablo de la fuerza de gravedad, él no llegó a establecer una relación entre esta fuerza y el movimiento de los objetos en caída libre, esto le correspondería a Newton, quién dio las bases para establecer los principios de la mecánica moderna.

La afirmación galileana se puede expresar como:

“En el vacío, dos objetos de diferente peso que caen simultáneamente desde el reposo, llegan al mismo tiempo y con la misma velocidad. Así, una piedra n veces más pesada que una pluma cae al piso con la misma velocidad y al mismo tiempo que la pluma”.

La modelación matemática de Galileo permite realizar la simulación de la caída libre, usando la formulación matemática del movimiento con aceleración constante, como es el movimiento de caída libre descubierto por Galileo, que se expresa con una fórmula matemática moderna, muy conocida por nuestros estudiantes, pero no siempre, bien entendida.

Por ello, con la simulación de la Tabla IV y su variante interactiva (que se deja al lector realizarla), se presenta a los estudiantes la idea de caída libre de Galileo en el ambiente gráfico de la *Hojal* de Excel, con el fin de que los estudiantes confronten el pensamiento aristotélico (con el cual ellos puedan estar influenciados debido a las observaciones que ellos mismos hacen de la naturaleza y de sus deducciones empíricas) con el galileano.

Con estas simulaciones estática e interactiva se replica la estrategia seguida para cuestionar la simulación aristotélica de la Tabla III, empezando con la pregunta ya hecha antes, pero adaptada a las nuevas simulaciones: ¿es realista la caída de los dos objetos según la afirmación galileana?

Evidentemente, en la afirmación galileana, la inclusión de la premisa “al vacío” no es fácil de cumplir experimentalmente, por lo que los experimentos que realicen los experimentos con una piedra y una pluma podrá ser muy cuestionada por los estudiantes pues lejos está la pluma de caer al mismo tiempo que la piedra al piso y con la misma velocidad en la atmósfera terrestre, poniendo en duda la afirmación galileana, ya que la afirmación aristotélica es más plausible. Entonces es posible, que los estudiantes piensen en la resistencia del aire.

Antes de hacer intervenir en la simulación la resistencia del aire, que se hará enseguida con Newton, la simulación de la Tabla IV se hace con dos piedras, una grande y otra pequeña, ya que en la simulación anterior, cuando $n=1$ ya se pudo simular la caída simultánea de la pluma con la piedra.

El experimento de dejar caer dos `piedras, una pequeña y otra grande, según la afirmación galileana, pero en el aire, dará resultados aceptables de esta afirmación, si se hace a una altura de caída pequeña y posiblemente no sea cuestionado por la mayoría de los estudiantes. Todo esto, al hacer la observación precisa mediante video.

Sin embargo, si se sustituye la piedra pequeña por una hoja de papel, que puede tener la forma de una pluma de ave o una hoja de árbol seca y se hace el experimento, evidentemente, el resultado será muy diferente y los estudiantes podrán cuestionar la afirmación galileana con buenos argumentos, más aún, si sobre una hoja blanca de tamaño normal se coloca la piedra y se deja caer, el resultado es totalmente contradictorio, pues si se compara con el tiempo de caída de la piedra sola, se verá que la piedra con el papel cae más lentamente que la piedra por separado.

Con este tipo de experimentos que no podrá ser ya simulado con el algoritmo de la Tabla IV, es necesario reemplazarlo por el algoritmo newtoniano que haga intervenir la fricción del aire sobre los objetos en su caída.

En todo este proceso de observación de los movimientos en las simulaciones y experimentos según el criterio galileano, se sigue recomendando que los estudiantes dejen por escrito su forma de pensar.

Vb. El movimiento de caída según Newton

Con Newton, se introduce la abstracción de los elementos del mundo físico, en el sentido euclidiano de la matemática, donde los objetos masivos son partículas puntuales, que ignora el tamaño y forma de los objetos e interaccionan mediante fuerzas que cambia el movimiento de un objeto cuando no están en equilibrio sobre de él, es decir, que son la causa de su aceleración. De esta manera, la caída libre de los objetos, según descubierta por Galileo, encuentra con Newton, la razón de su movimiento, la fuerza de gravedad entre masas descubierta por el mismo Newton y que se conoce como ley de Gravitación Universal, que gobierna la interacción entre objetos masivos puntuales, no solo de objetos cercanos a la superficie terrestre, como una manzana que cae de un árbol, sino tan lejanos como la Luna de la Tierra o la Tierra del Sol o aún más lejanos, que unifica la física que explica los fenómenos del movimiento terrestres con los que ocurren en

el sistema solar entre planetas o en los mismos planetas con atmósfera propia o sin atmósfera como la Luna. Newton encuentra que la fuerza de gravitación entre una masa debida a otra masa es directamente proporcional al producto de estas masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa sus centros de masas.

A pesar de que la fuerza de gravitación es inversa al cuadrado de la distancia entre ellos, para pequeñas distancias por encima de la superficie terrestre, la aceleración que causa la masa de la Tierra sobre un objeto a una altura pequeña sobre su superficie se puede considerar constante, pues su variación es tan pequeña que en la actualidad es difícil de medir tal diferencia sin tener una incertidumbre aceptable. El peso de los cuerpos, concepto aceptado por la humanidad por siglos, con Newton se acepta que es la fuerza de gravedad entre una masa respecto a otra o entre cualquier cuerpo masivo y la Tierra.

Por esta razón, siendo el peso de cualquier objeto sobre la superficie de la Tierra la fuerza de gravedad y ésta proporcional a la masa del cuerpo, se tiene que el cociente entre peso P y masa M es la aceleración a del objeto, en ausencia de cualquier otra fuerza, por ejemplo, como puede ocurrir en una cámara al vacío libre de cualquier otra interacción como las eléctricas y donde las fuerzas gravitacionales que rodeen a esta masa son despreciables respecto a la fuerza de gravedad de la Tierra sobre la masa.

El cociente $P/M = a$, según la segunda ley de Newton y según los experimentos y descubrimientos de Galileo, es una constante, independientes de los valores de peso y masa. Esta aceleración es el de la gravedad g , como empezó a llamarse a esta aceleración a partir de Newton, esto es, $P/M = g$, cuyo valor numérico es 9.8 m/s^2 sobre la superficie terrestre.

La simulación de la caída libre, según las ideas newtonianas, en su representación gráfica en pantalla, parecerá a la representación gráfica de la simulación galileana, pero la programación del algoritmo que simula el movimiento de caída de dos objetos de diferente peso, se modela matemáticamente con la solución numérica de la ecuación de movimiento de la caída de los cuerpos sujetos a la gravedad y a la fuerza de resistencia del aire que con Newton se modela matemáticamente como una fuerza proporcional a la velocidad al cuadrado, encontrada por el mismo Newton, debido a que la afirmación galileana no puede aceptarse si la caída no es en el vacío.

La introducción de la fuerza de resistencia en el movimiento de caída de los cuerpos, ya intuita por Aristóteles y Galileo, pero es con Newton y la aplicación de su ley segunda de la dinámica que queda modelada y resuelta matemáticamente.

Aunque agregar a la fuerza de gravedad, la fuerza de resistencia del aire o arrastre como actualmente se le conoce, afecta la aceleración de caída de los cuerpos (que ya no es libre) y que con la solución de la segunda ley de Newton queda bien comprendida para los físicos. Sin embargo, la forma de presentar este fenómeno a los estudiantes es como antes, con simulaciones, donde la solución queda expresada en el algoritmo de la simulación, que podrá ser descubierta a los estudiantes en otro nivel del proceso de ejercer el pensamiento crítico.

El algoritmo de simulación, con acuerdo al pensamiento newtoniano, se presenta en la Tabla V.

La afirmación newtoniana se puede expresar como:

“En la atmósfera terrestre, dos objetos esféricos de diferente peso, diámetro y densidad caen simultáneamente desde el reposo, el tiempo y la velocidad de llegada al piso es diferente. Así, una manzana n veces más pesada que una uva cae al piso con una velocidad y un tiempo diferente”.

Para esta simulación se han elegido cuerpos que caen, una manzana (como la de Newton) y una uva, donde la manzana se aproximan a un cuerpo plano con coeficiente de arrastre 1 y la uva a un cuerpo esférico con un coeficiente de arrastre de 0.5. La densidad de la manzana se considera de 0.7 kg/m^3 y la de la uva de 1.1 kg/m^3 y sus diámetros de 0.11 m y 0.02 m respectivamente. La fuerza de resistencia del aire sobre la manzana y la uva se considera proporcional al cuadrado de la velocidad de caída con el factor de proporcionalidad igual $\frac{1}{2} \rho AC$ con ρ la densidad del aire, A el área transversal del objeto respecto de la corriente de aire que enfrenta y C el coeficiente de arrastre.

En esta simulación el resultado puede ser paradójica para el estudiante, ya que la uva llega primero al piso que la manzana. Posiblemente los estudiantes quieran modificar los parámetros de la simulación, por lo que es la oportunidad para descubrirles cómo, de acuerdo con Newton, la fricción afecta la caída de los cuerpos en la atmósfera terrestre o de cualquier otro cuerpo celeste y de esta manera, explicar el vacío significa quitar la atmósfera como sucede en la Luna.

Tabla. V. Algoritmo para la simulación de la caída libre según las ideas newtonianas.

```

Sub NewtonCaida2Pesos()
'AGYH/25122024
'Se dimensionan las variables
Dim t, Dt As Double
Dim x10, x20, x1, x2 As Double
Dim v10, v20, v1, v2 As Double
'Se dan datos iniciales de arranque y detención
Dt = 0.055
Final = 100
'Datos; iniciales de la uva
m1 = 0.004
D1 = 0.02
rho = 1.100
C1 = 0.5
x10 = 950
y10 = 120
v10 = 0
y1 = y10
v1 = v10
'Datos iniciales de la manzana
m2 = 0.175
D2 = 0.11
rho = 0.7
C2 = 1.0
x20 = 500
y20 = 70
v20 = 0
y2 = y20
v2 = v20
With Hoja1
Hoja1.Shapes("uva").Top = y10
Hoja1.Shapes("uva").Left = x10
Hoja1.Shapes("manzana").Top = y20
Hoja1.Shapes("manzana").Left = x20
'Se inicia la animación del movimiento
For t = 0 To Final Step Dt
'Método numérico de Euler
v1t = v1
v1 = v1 + (F(m1, v1, D1, C1) / m1) * Dt
v1M = (v1t + v1) / 2
y1 = y1 + v1M * Dt
v1 = v1t + (F(m1, v1, D1, C1) / m1) * Dt
Hoja1.Shapes("uva").Top = y1
v2t = v2
v2 = v2 + (F(m2, v2, D2, C2) / m2) * Dt
v2M = (v2t + v2) / 2
y2 = y2 + v2M * Dt
v2 = v2t + (F(m2, v2, D2, C2) / m2) * Dt
Hoja1.Shapes("manzana").Top = y2
DoEvents
'Application.Wait Now + TimeValue("00:00:001")
Next t
Hoja1.Shapes("uva").Top = y10
Hoja1.Shapes("uva").Left = x10
Hoja1.Shapes("manzana").Top = y20
Hoja1.Shapes("manzana").Left = x20
End With
End Sub
Function F(m, v, D, C)
g = 9.8
rho = 1
Pi = 3.1416
area = Pi * (D / 2) * (D / 2)
F = m * g - (rho * area * C / 2) * v * v
End Function

```

El reto newtoniano para los estudiantes resulta ser más complejo que los retos de Galileo o de Aristóteles (quienes en principio, ya consideraban la fricción con el aire, pero que no pudieron modelarla matemáticamente), ya que los cuerpos

pueden caer al piso con velocidad constante, debido a que la fricción con el aire es una fuerza que aumenta con la velocidad y puede igualar el peso del cuerpo y en ese caso la aceleración del movimiento de caída es cero.

Para que los estudiantes sigan descubriendo los cambios conceptuales que implica la propuesta de Newton sobre la caída libre, se sugiere que los estudiantes sigan la misma estrategia de descubrimiento realizada para las simulaciones anteriores aplicando el pensamiento crítico, reflexionando y analizando semejanzas y diferencias entre las propuestas aristotélicas, galileanas y newtonianas, haciendo énfasis en las verificaciones experimentales que respalden lo observado en las simulaciones.

Recordar a los estudiantes que sigan escribiendo todas sus observaciones en sus bitácoras para que al final del proceso de análisis de la caída de los cuerpos realicen el ejercicio de metacognición que les permita mejorar su forma de pensar.

Vc. El movimiento de caída según Einstein

La propuesta de Newton de la mecánica está basada en la observación de los fenómenos desde un sistema de referencia inercial, sin embargo, para sistemas no inerciales las leyes newtoniano no son suficientes para interpretar los fenómenos de movimiento en estos sistemas.

Esta circunstancia lleva a Einstein a proponer un punto de vista diferente para la caída libre que introduce el entendimiento de este movimiento desde el punto de vista de un observador que está en un sistema de referencia no inercial con aceleración igual a la aceleración de la gravedad, respecto de un sistema inercial fijo en la superficie terrestre, y que observa cómo se mueven los objetos que están sujetos a la fuerza gravitacional desde el punto de vista newtoniano.

Las nuevas ideas de Einstein sobre la caída libre dan lugar a que él establezca una nueva teoría sobre la gravedad a partir del principio de equivalencia que al intuirlo Einstein por primera vez lo llamo la idea más feliz de su vida.

Para explicar Einstein el principio de equivalencia, él se valió de un elevador que caía hacia la Tierra con aceleración de la gravedad constante (Einstein supuso que la caída del elevador ocurría en un campo gravitacional uniforme, un concepto que aparece por primera vez con él) y donde los objetos que caen conjuntamente con el elevador dentro de él, están en reposo respecto de un observador fijo en el elevador o con movimiento uniformemente rectilíneo, es decir, un observador no inercial desde el punto de vista newtoniano, un fenómeno, que para Einstein es equivalente al de los objetos que van en una nave en el espacio exterior libre de todo campo gravitacional y por lo tanto, vistos desde un sistema inercial, no sujetos a fuerza alguna y en reposo o movimiento rectilíneo uniforme, como los objetos dentro del elevador. Por este motivo, el elevador, es para Einstein, un *sistema localmente inercial*, desde el cual el observador dentro del elevador puede aplicar las leyes de Newton para entender los movimientos de los objetos que ve dentro del elevador y que lo aísla del exterior.

Para simular esta situación se programa un algoritmo que establezca como dos objetos de diferente peso caen como en la simulación de Galileo (en un ambiente en el vacío) pero dentro de un elevador transparente. Un observador fuera del elevador y fijo en el piso (el sistema inercial) observa como antes la caída de los dos objetos, y otro observador fijo dentro del elevador, observa los mismos dos objetos, pero en reposo respecto de él.

En la simulación de la Tabla VI, se agregan las *Formas* para observadores en el sistema de referencia inercial sobre la superficie de la Tierra y un observador localmente inercial en el elevador, además del elevador, la llave de tuercas y la caja de herramientas que caen al igual que el elevador.

En la simulación un elevador cae libremente con un trabajador dentro de él, que es un observador en el sistema del elevador o sistema localmente inercial según Einstein, que ve como la llave de tuercas y la caja de herramientas flotan dentro del elevador, o mejor dicho que permanecen en reposo respecto de él, y los observadores fijos en la superficie terrestre (observadores en el sistema inercial) que miran al elevador caer y los objetos dentro de él caer al parejo del elevador, como Galileo lo predijo.

Ambos observadores, inerciales y localmente inerciales, aprecian que las herramientas que están dentro de la caja de herramientas, que está vuelta hacia el piso, no se salen de la caja. Para los observadores inerciales, este es un suceso extraño, pues sucede en el sistema inercial donde la fuerza de gravedad tiene efecto sobre todos los cuerpos, pero para el observador dentro del elevador, no resulta extraño este suceso, si el piensa que su sistema está libre de fuerzas gravitacionales, como en una nave en el espacio exterior donde el campo gravitacional es nulo.

Tabla VI Algoritmo para la simulación de la caída libre según las ideas de Einstein.

```

Sub EinsteinCaida2Pesos()
'AGYH/25122024
'Se dimensionan las variables
Dim t, Dt, m As Double
Dim x10, x20, x1, x2 As Double
Dim v10, v20, v1, v2 As Double
'Se dan datos iniciales de arranque y detención
Dt = 0.02
Final = 30
'Datos del elevador
m0 = 1000
xe0 = 450
ye0 = 50
ve0 = 0
ye = ye0
ve = ve0
'Datos; iniciales del Llave
m1 = 2.626
x10 = 600
y10 = 250
v10 = 0
y1 = y10
v1 = v10
'Datos iniciales de la Caja
m2 = 2.626
x20 = 650
y20 = 250
v20 = 0
y2 = y20
v2 = v20
With Hoja1
Hoja1.Shapes("Elevador").Top = ye0
Hoja1.Shapes("Elevador").Left = xe0
Hoja1.Shapes("Llave").Top = y10
Hoja1.Shapes("Llave").Left = x10
Hoja1.Shapes("Caja").Top = y20
Hoja1.Shapes("Caja").Left = x20
'Se inicia la animación del movimiento
For t = 0 To Final Step Dt
'Método numérico de Euler
vet = ve
ve = ve + (F(m0) / m0) * Dt
veM = (vet + ve) / 2
ye = ye + veM * Dt
ve = vet + (F(m0) / m0) * Dt
Hoja1.Shapes("Elevador").Top = ye
v1t = v1
v1 = v1 + (F(m1) / m1) * Dt
v1M = (v1t + v1) / 2
y1 = y1 + v1M * Dt
v1 = v1t + (F(m1) / m1) * Dt
Hoja1.Shapes("Llave").Top = y1
v2t = v2
v2 = v2 + (F(m2) / m2) * Dt
v2M = (v2t + v2) / 2
y2 = y2 + v2M * Dt
v2 = v2t + (F(m2) / m2) * Dt
Hoja1.Shapes("Caja").Top = y2
DoEvents
'Application.Wait Now + TimeValue("00:00:001")
Next t
Hoja1.Shapes("Elevador").Top = ye0
Hoja1.Shapes("Elevador").Left = xe0
Hoja1.Shapes("Llave").Top = y10
Hoja1.Shapes("Llave").Left = x10
Hoja1.Shapes("Caja").Top = y20
Hoja1.Shapes("Caja").Left = x20
End With
End Sub

```

```
Function F(m)
g = 9.8
F = m * g
End Function
```

La afirmación de Einstein se puede expresar como:

“En un elevador al vacío y transparente, dos objetos de diferente peso caen simultáneamente desde el reposo al piso, al mismo tiempo que el elevador cae, visto por un observador en el piso. Por otra parte, para un observador dentro del elevador que cae con él y que no se percata de la caída del elevador, ve que los objetos están en reposo respecto de él, sin fuerza de gravedad sobre de ellos, es decir, no tienen peso pues están en un estado de ingravidez.

Ciertamente, el punto de vista de Einstein puede parecer el más paradójico a los estudiantes, pues para un observador existe la gravedad y los objetos tienen peso, pero para otro observador, no existe tal fuerza de gravedad y los objetos carecen de peso, como en una nave en el espacio exterior, libre de campo gravitatorio.

Las leyes de Newton ya no son suficientes para explicar esta situación dentro del elevador, por lo que Einstein define que si el sistema está en caída libre en un campo gravitacional uniforme, este sistema es un sistema localmente inercial, donde las leyes de Newton son válidas.

En este punto, es importante que los estudiantes piensen en un experimento sencillo en que se pueda mostrar que en un elevador existe el estado de ingravidez para objetos que son pesados, pero que dentro del elevador “flotan”, para un observador dentro de él.

Una sola simulación para explicar los movimientos de objetos dentro del elevador en caída libre según los ve un observador dentro del elevador, no es suficiente para que los estudiantes modifiquen su forma de pensar y acepten la propuesta de Einstein, que cuestionó fuertemente las ideas newtonianas y que llevó a Einstein a plantear una nueva teoría que ahora conocemos como la teoría de la relatividad General.

Por ello es necesario realizar más simulaciones sobre las ideas de Einstein en el elevador y enfrentar a los estudiantes a estas nuevas ideas, pero siempre como parte final del proceso de análisis de la caída de los cuerpos desde Aristóteles hasta Einstein, sin dejar de pedir a los estudiantes que todas sus observaciones al respecto las anoten en su bitácora.

VI. CONCLUSIONES

Ejercitar el pensamiento crítico de los estudiantes a partir de simulaciones y experimentos trata de cuestionar su forma intuitiva de pensar. Estrategias para aplicar el pensamiento crítico han sido dadas por Glaser y por Norris y Ennis, las cuales pueden seguir los estudiantes en la observación e interpretación de las simulaciones y su propio trabajo experimental, que podrá contrastar lo visto por ellos en las simulaciones.

Para que las simulaciones sigan una cadena de pensamiento científico que históricamente se ha desarrollado desde el siglo IV a.C hasta principios del siglo XX d.C. y que sigue en evolución aún en el tiempo presenta, hemos elegido las ideas de la caída de los cuerpos dadas por Aristóteles, Galileo, Newton y Einstein, como el paradigma del pensamiento científico, que hoy en día, nuestros estudiantes deben de asimilar, para adquirir un pensamiento coherente de este tema, que en el desarrollo de la Mecánica Moderna ha sido fundamental.

Empezando con simulaciones estáticas, prosiguiendo con simulaciones interactivas y experimentos, es que estas ideas se ponen a la consideración de los estudiantes, con el fin de que ellos mismos construya su propia forma de pensar, a partir de sus ideas intuitivas a la formación de sus ideas científicas, mediante la observación, la reflexión, la proposición, la argumentación y la metacognición de los estudiantes.

Los ejemplos aquí dados son un principio para que los profesores se involucren a desarrollar por ellos mismos simulaciones que cuestionen y evolucionen el pensamiento de sus estudiantes y que los motive para que ellos mismos piensen experimentos en donde puedan confrontar con hechos reales las ideas propuestas en las simulaciones.

Para que quede constancia de lo realizado por los estudiantes, se sugiere que los estudiantes anoten todo su proceso de aplicación de su pensamiento crítico en sus bitácoras, para que al final de este proceso, realicen un ejercicio de

metacognición que les permita juzgar por ellos mismo su proceso de aprendizaje.

REFERENCIAS

- Aristóteles. (2004). *Física* (J. L. Calvo Martínez, Trad.). Gredos. (Trabajo original publicado en el siglo IV a.C.).
- March, R. H. (2004). *Física para poetas* (13a ed.). Siglo XXI.
- Fisher, A. (2001). *Critical Thinking: An Introduction*. Cambridge University Press.
- De Angelis, A. (2021). *Discourses and Mathematical Demonstrations Concerning Two New Sciences*. Codice Edizioni.
- Koyré, A. (1980). *Estudios galileanos* (M. González Ambóu, Trad.). Siglo XXI Editores. (Trabajo original publicado en 1966).
- Newton, I. (2016). *The Principia: The Authoritative Translation and Guide* (I. B. Cohen & A. Whitman, Eds. y Trads.). University of California Press.
- Koyré, A. (1965). *Estudios newtonianos*. University of Chicago Press.
- Einstein, A and Infeld, L. (1954). *La aventura del pensamiento*. Editorial Losada.

APÉNDICE A

EL PENSAMIENTO CRÍTICO DE GLASER EN EL ANÁLISIS DE LA CAÍDA LIBRE

De acuerdo con las características del pensamiento crítico de Glaser, su aplicación a las presentaciones de la caída libre mediante animaciones o simulaciones sigue los pasos de la Tabla A.

Independientemente de las simulaciones en las tablas III, IV, V y VI, los 11 pasos en la lista del pensamiento crítico de Glaser de la Tabla A, se recomienda los sigan los estudiantes para la interpretación y comprensión de las ideas de la caída libre en sus diferentes representaciones en las simulaciones.

Tabla. A. Ejercicio del pensamiento crítico según Glaser a la representación de las ideas de la caída de objetos en simulaciones y experimentos.

Habilidades del pensamiento crítico	Aplicación de un pensamiento crítico
Reconocer el problema	Al presentar a los estudiantes una idea científica en la que están poco familiarizados no se puede esperar que reconozcan contradicciones con sus propias ideas de pensamiento. Por ello, es necesario enfrentar su pensamiento con situaciones que le parezcan factibles pero que de alguna manera choquen con su visión de la realidad. En este escrito, ese es el papel de las simulaciones, la de presentar a los estudiantes situaciones que les puedan parecer paradójicas y que les hagan reflexionar que existe un problema en su interpretación.
Encontrar medios viables para resolver estos problemas	Los experimentos que se pide a los estudiantes realizar después de trabajar con una simulación es una vía que se les sugiere para que resuelvan los problemas de interpretación que les haya surgida con las simulaciones.
Recopilar y organizar información pertinente.	Para la realización de los experimentos, los estudiantes podrán auxiliarse del cambio de parámetros que se puedan hacer en las simulaciones para establecer las condiciones en las simulaciones que se ajusten al experimento y que determinen la realidad de la simulación al compararlo con el experimento.
Reconocer suposiciones y valores no establecidos.	En el proceso de establecer comparaciones válidas entre las simulaciones y la realidad experimental, los estudiantes habrán de reconocer las suposiciones y valores establecidos según los diferentes puntos de vista de Aristóteles, Galileo, Newton o Einstein y que en las simulaciones se encuentran de manera implícita.
Comprender y utilizar el lenguaje con precisión, claridad y discernimiento.	Se recomienda que los estudiantes escriban en sus bitácoras sus propias ideas al respecto utilizando un lenguaje de discernimiento preciso, claro, y objetivo, que trate de diferenciar entre lo verdadero y lo falso.
Interpretar datos, evaluar pruebas y valorar afirmaciones.	En sus bitácoras, los estudiantes interpretarán los datos suministrados y los podrán a prueba con datos propios para valorar las afirmaciones realizadas en las simulaciones.
Reconocer la existencia de relaciones lógicas entre proposiciones.	Los estudiantes establecerán relaciones entre variables que expliquen sus interpretaciones de los movimientos vistos y analizados en las simulaciones.
Extraer conclusiones y generalizaciones justificadas.	Los estudiantes compararán las diversas simulaciones de la caída libre para llegar a explicaciones válidas que se puedan generalizar.
Poner a prueba las generalizaciones y conclusiones a las que se llega.	Las generalizaciones a las que lleguen los estudiantes deberán de ponerlas a prueba mediante experimentos que certifiquen la validez de tales generalizaciones.

Reconstruir los propios patrones de creencias sobre la base de una experiencia más amplia.	Ya que todo tipo de ideas, reflexiones, interpretaciones, razonamientos, deducciones, etc. de los estudiantes quedan por escrito en sus bitácoras, ellos revisarán la evolución de sus propias ideas escritas para reconstruir sus propios patrones de pensamiento bajo este esquema de mayor experiencia.
Emitir juicios precisos sobre cosas y cualidades específicas de la vida cotidiana.	Finalmente, los estudiantes establecerán sus juicios de manera científica, sobre las diversas experiencias de la caída libre en la naturaleza incluyendo aquéllas de la vida cotidiana y aquéllas que no lo sean.

APÉNDICE B

EL PENSAMIENTO CRÍTICO DE NORRIS Y ENNIS EN EL ANÁLISIS DE LA CAÍDA LIBRE

Según el pensamiento crítico de Norris y Ennis, su aplicación a las presentaciones de la caída libre mediante animaciones o simulaciones sigue los pasos de la Tabla B.

Independientemente de las simulaciones en las tablas III, IV, V y VI, los 8 pasos en la lista del pensamiento crítico de Norris y Ennis de la Tabla B, se recomienda que los sigan los estudiantes para la interpretación y comprensión de las ideas de la caída libre en sus diferentes representaciones en las simulaciones.

Tabla. B. Ejercicio del pensamiento crítico según Norris y Ennis a la representación de las ideas de la caída de objetos en simulaciones y experimentos.

Habilidades del pensamiento crítico	Elementos para realizar la simulación
Identificar los elementos de un caso razonado, especialmente razones y conclusiones.	Las ideas que se presentan a los estudiantes sobre la caída libre no están libres de controversias, por lo que ellos tienen que identificar los elementos de razonamiento que plantean las diferentes propuestas dadas por Aristóteles, Galileo, Newton y Einstein sobre este tema y llegar a conclusiones.
Identificar y evaluar suposiciones.	En cada idea diferente de la caída libre hay diversas suposiciones que dan sustento al resultado al que se llega. Los estudiantes, en cada caso, tendrán que identificar estas suposiciones y evaluarla de acuerdo con sus propios criterios.
Aclarar e interpretar expresiones e ideas.	Los estudiantes, apoyados por las simulaciones, deberán presentar sus propias ideas al respecto y para lograrlo, se les propone que hagan experimentos que traten de estar de acuerdo con las simulaciones o que las confronten con hechos experimentales que puedan refutarlas. Ellos, al exponer sus ideas en sus bitácoras, tratarán de aclarar sus ideas con interpretaciones claras y precisas.
Juzgar la aceptabilidad, especialmente la credibilidad, de afirmaciones.	En los juicios que realicen los estudiantes de las ideas planteadas en las simulaciones o sus propias ideas sobre la caída libre a partir de los experimentos, los estudiantes deberán apuntar en sus bitácoras afirmaciones, realizadas a partir de sus puntos de vista, que sean científicamente aceptables y creíbles.
Evaluar argumentos de distintos tipos.	Los estudiantes deberán, antes y después de ver las simulaciones y reflexionar sobre sus contenidos, evaluar los diferentes argumentos realizados en las simulaciones, con el fin, de que ellos lleguen a sus propias argumentaciones, que puedan validar siempre con el experimento.
Analizar, evaluar y tomar decisiones.	Al tener los estudiantes diferentes puntos de vistas aristotelianos, galileanos, newtonianos y einsteinianos sobre la caída libre, ellos tendrán que analizar y evaluar estas propuestas en contraste con su propio pensamiento para tomar la decisión de construir sus

	propias ideas al respecto, que puedan dejar por escrito en sus bitácoras.
Extraer inferencias.	Con acuerdo a sus propias ideas, los estudiantes deberán realizar inferencias que se puedan comprobar experimentalmente, que se puedan modelar matemáticamente y que se puedan simular con un algoritmo de computadora.
Producir argumentos.	Para que la proposición de las ideas propias de los estudiantes se aceptada por otros, ellos deberán establecer una línea argumental que apoye sus modelos que hayan generado de la caída libre, a partir de sus propias ideas. En estas argumentaciones, ellos tendrán que discutir, con cual o cuales modelos de los vistos en las simulaciones, están de acuerdo o no, con argumentos válidos.