



O ensino de geometria com abordagem dinâmica mental

Liliana Karla Jorge de Moura^{a,a}, Gladys Denise Wielewski^{b,d}, Andre Krindges^{c,d}

^aInstituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso (IFMT)

^b Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT)

^c Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT)

^dPrograma de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática - Rede Amazônica de Ensino em Ciências e Matemática (REAMEC)

ARTICLE INFO

Recebido: 15 de agosto de 2019

Aceito: 20 de setembro de 2019

Disponível on-line: 1 de novembro de 2019

Palavras chave: sequências didáticas; mestrados profissionalizantes; ensino de matemática; geometria; estado do conhecimento;

E-mail:

Liliana.karla.cas@ifmt.edu.br

gladysdw@gmail.com

krindges@gmail.com

ISSN 2007-9842

© 2019 Institute of Science Education.

All rights reserved

ABSTRACT

Este artigo apresenta um recorte do resultado da tese de doutorado intitulada Visualização Dinâmica no Ensino de Geometria, defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – REAMEC, polo UFMT. O objetivo da pesquisa foi analisar se e como a visualização geométrica com dinâmica mental é importante para a compreensão de conceitos geométricos. Foi desenvolvida com 15 alunos do 2º ano do curso técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio/IFMT. Neste artigo, versamos sobre a geometria com abordagem dinâmica, explanamos sobre a sequência didática desenvolvida na pesquisa, e para exemplificar escolhemos duas atividades que foram trabalhadas nessa sequência, uma que explorou propriedades de quadriláteros e outra a congruência de triângulos. Todas as atividades da sequência didática procuravam desenvolver a habilidade da visualização geométrica dinâmica com a utilização de software dinâmico ou mentalmente. Assim, as atividades priorizaram a dinamização mental a fim de atingir o objetivo proposto. A atividade 01 buscou avaliar e aprimorar os conhecimentos dos estudantes quanto ao reconhecimento das figuras de acordo com sua forma, propriedades e dimensões, considerando que as figuras não são estáticas. Os estudantes conheciam os quadriláteros nas formas mais comuns e não apresentaram conhecimentos de inclusão de classes. A atividade 21 desafiou os estudantes a visualizarem o caso de congruência de triângulos, LADO, ÂNGULO, ÂNGULO OPOSTO. Os estudantes em duplas discutiram a atividade. Inicialmente, nenhuma dupla desempenhou a atividade com auxílio do GeoGebra, optaram pelo pensamento geométrico, fixavam alguns dados e imaginavam se, com esses dados, o triângulo formado seria único.

This composition presents a cutting from the results of the doctoral thesis entitled Dynamic Visualization in Geometry Teaching, defended on the Graduate Program in Science and Mathematics Education - REAMEC, UFMT. The research aimed at analyzing whether and how the geometric visualization with mental dynamics is important for the understanding of geometric concepts. It was developed with 15 students from the 2nd year of the Technical Course in Agriculture and Livestock Farming Integrated to High School/IFMT. In this composition, we discuss the geometry with a dynamic approach, we explain about the didactic sequence developed in the research, and to exemplify we chose two activities that were approached on this sequence, one that explored properties of quadrilaterals and the other, the congruence of triangles. All of the activities from the didactic sequence sought to develop the ability of dynamic geometric visualization by the use of dynamic software, or mentally. Thus, activities prioritized mental dynamization in order to achieve the proposed goal. Activity 01 sought to evaluate and improve students' knowledge regarding the recognition of the figures according to their shape, properties and dimensions, considering that the figures are not static. The students knew the quadrilaterals in the most common forms and did present knowledge of class inclusion. Activity 21 challenged students to visualize the case of congruence of triangles, SIDE, ANGLE, OPPOSITE ANGLE. In pairs, students discussed the activity. Initially, none of the pairs accomplished the activity with help of GeoGebra, they opted for geometric thinking, fixed some data and imagined whether, by these data, the triangle formed would be unique.

I. INTRODUÇÃO

Diante dos avanços e das novas propostas de formação de professores de Matemática, os professores têm à sua disposição várias metodologias diferenciadas para serem utilizadas em sala de aula, que possibilitam planejamento de atividades estimulantes. O professor, enquanto mediador, pode criar situações aumentando a autoestima dos estudantes, além de permitir novos valores, verificar a dificuldade de aprendizagem de determinados conteúdos e oportunizar situações propícias à aprendizagem. “O professor mediador tem papel significativo, é dele a missão de buscar alternativas viáveis para estimular o interesse dos estudantes, tornando-os participativos nas aulas, se transformando em sujeitos colaborativos no processo de ensino e aprendizagem” (VAZ; JESUS, 2014, p. 61).

Para Freire (2005, p. 47), “ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção”. Assim, as propostas pedagógicas, ao invés de transferência de conteúdos prontos, acabados, devem procurar a interação do aluno com o objeto de estudo, com a pesquisa e a construção do conhecimento. “As pedagogias centradas na aprendizagem não se interessam apenas pela aquisição de conteúdos, mas também pelos processos que os aprendizes utilizam” (ALTET *apud* MICOTTI, 1999, p. 157). Sendo assim, para ocorrer aprendizagem, é importante que o conteúdo programático seja organizado e que o professor utilize uma metodologia visando a aprendizagem de forma motivada e participativa.

A educação deve oferecer aos estudantes tanto a possibilidade de desenvolver habilidades e competências necessárias à aprendizagem dos conteúdos escolares, quanto de ampliar sua consciência em relação ao mundo em que vive. E, para que tais habilidades e competências sejam desenvolvidas, é necessário um ensino que estimule a capacidade de pensar matematicamente de tal forma que o aluno sinta-se motivado no processo escolar.

Bolsterli (2005) interroga:

É preciso que o trabalho escolar se produza no sofrimento? A aprendizagem deve ser sinônima de labor, de dor? A escola deve preparar para trabalhar o contragosto, apenas para sobreviver? Ou deve permitir a descoberta de que aprender é crescer, é conquistar novos saberes com o gosto da novidade e do esforço do consentido? (BOLSTERLI, 2005, p. 54).

Também Alves (ALVES, 1994, p. 14) interroga: “Mas poderá haver sofrimento maior para uma criança ou um adolescente que ser forçado a mover-se numa floresta de informações que ele não consegue compreender, e que nenhuma relação parece ter com sua vida?”

Segundo Borba e Penteado (2001), as inovações educacionais, em sua maioria, preveem mudanças gerais na prática docente e não se atém somente às disciplinas ligadas diretamente ao uso de tecnologia informática.

A docência, independentemente do uso de TI, é uma profissão complexa. Nelas estão envolvidas propostas pedagógicas, os recursos técnicos, as peculiaridades da disciplina que se ensina, as leis que estruturam o funcionamento da escola, os estudantes, seus pais, a direção, a supervisão, os educadores de professores, os colegas educadores, os pesquisadores, entre outros (BORBA; PENTEADO, 2001, p. 54).

Segundo os autores, os professores buscam o caminho mais cômodo, no qual não há o novo, não há mudanças, tudo é conhecido, previsível e controlável. Muitos reconhecem que sua forma de atuação pedagógica é insuficiente e discursam o desejo de fazer diferente, embora, no nível de sua prática, não consigam mobilizar-se para alterar aquilo que os incomoda.

Em se tratando de um trabalho diferenciado para o ensino de geometria, Kaleff (1998) aponta que há diversas pesquisas em Educação Matemática que sinalizam a importância da potencialização da habilidade de visualizar objetos em níveis mais avançados, conceitos, processos e situações matemáticas. Assim, para Kaleff, visualizar não é apenas o

ato de ver o objeto, mas a forma de enxergar suas propriedades e conceitos. Nesse sentido, as instituições de ensino devem estimular nos educandos o desenvolvimento de tal habilidade.

Para desenvolver a habilidade de visualização geométrica dinâmica é necessário que o professor sinta-se preparado e domine-a e tenha consciência dela e, ainda, que o aluno tenha disponível materiais manipuláveis de apoio pedagógico para esse fim. O computador é uma ferramenta que pode ser utilizada para auxiliar nesse desenvolvimento, proporcionando novas perspectivas através dos recursos de animação de alguns softwares geométricos.

Esse artigo visa apresentar um recorte do resultado da tese de doutorado intitulada como Visualização com Dinâmica Mental no Ensino de Geometria, que teve como foco principal potencializar a habilidade de visualização dinâmica sem a utilização de software dinâmico, denominada de visualização geométrica com dinâmica mental. Todavia, durante as aulas de geometria, foi motivado a utilizá-lo após a realização de trabalhos que estimulavam a dinâmica mentalizada.

Para isso, elaboramos uma sequência didática com 21 atividades e, neste artigo, apresentamos duas atividades para exemplificar como elas foram motivadas para o desenvolvimento de tal habilidade.

Ainda nesse artigo, versamos sobre a geometria com abordagem dinâmica destacando a importância dela para o ensino de geometria. Também nos embasamos em autores que consideram a dinamização fundamental para a aprendizagem de conceitos geométrico, independente se tal dinamização se dê com a utilização de software dinâmico ou não.

Os participantes da pesquisa foram estudantes do 2º ano do curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio do IFMT – Campus Cáceres. Essa escolha deu-se pelo fato da pesquisadora ser docente nessa instituição e atuar no ensino médio, o que contribuiu com a disponibilidade e a logística para a execução do trabalho.

II. GEOMETRIA COM ABORDAGEM DINÂMICA

Percebemos que a geometria sempre desenvolveu um papel fundamental na matemática.

Durante muito tempo a matemática foi sinônimo de geometria. Os outros ramos da matemática foram desenvolvidos experimentalmente através de situações-problema que apareciam, enquanto a geometria era um sistema conceitual perfeito, onde as afirmações resultavam rigorosamente uma das outras e, finalmente, tudo das definições, demonstrações e axiomas (PEREIRA, 2010, p. 19).

Embora, a geometria é um dos conteúdos mais antigos da matemática e, ainda sofre descaso no ensino escolar e, na maioria das vezes, é ensinada de forma mecânica, sem se preocupar com os conceitos envolvidos. Os enunciados, conceitos, definições, propriedades, axiomas e teoremas são ditados aos estudantes; as figuras são mostradas de forma estáticas, contrariando Fainguelernt (1999), que afirma que a geometria é forma e movimento.

Também contraria Nasser e Tinoco (2004a), que asseguram que:

[...] a geometria deve ser abordada de forma intuitiva e dinâmica, no sentido de incentivar os estudantes a manipular e construir as figuras e sólidos geométricos, e levá-los a perceber que os objetos geométricos podem ocupar diversas posições sem alterar suas características (NASSER; TINOCO, 2004a, p. 01).

De acordo com Gravina e Santarosa (1998),

Historicamente os sistemas de representação do conhecimento matemático têm caráter estático. Vê-se isto observando os livros ou assistindo uma aula ‘clássica’. Este caráter estático muitas vezes dificulta a

construção do significado, e o significado passa a ser um conjunto de símbolos e palavras ou desenho a ser memorizado (GRAVINA; SANTAROSA, 1998, p. 9).

Convém salientar que o incentivo a uma postura dinâmica é um aspecto muito importante para a geometria. A utilização de novos recursos pedagógicos pode ser uma poderosa ferramenta para a superação de obstáculos e lacunas no ensino e na aprendizagem de geometria.

Nasser e Tinoco (2004a) recomendam:

Para a realização das atividades em sala de aula, é constantemente recomendado o uso de instrumentos de desenho, papel transparente e folhas para dobrar ou recortar. Não se deve, no entanto, deixar de considerar a possibilidade cada vez maior de o professor usar o computador em sala de aula. Os softwares de geometria dinâmica são um excelente recurso para que os estudantes possam construir os conteúdos de geometria. Mas, insistimos, este recurso não substitui os outros mencionados (NASSER; TINOCO, 2004a, p. 2).

Ainda, as autoras definem o termo geometria dinâmica enfatizando que o computador não é a única forma de dinamizar as atividades de geometria.

Um aspecto importante no ensino da geometria é o incentivo a uma postura dinâmica. Em geral o termo “geometria dinâmica” tem sido usado com referência ao enfoque que utiliza o computador como ferramenta. As experiências com esses recursos têm mostrado resultados positivos. [...] O importante é que com ou sem computador você pode e deve desenvolver a geometria em sua sala de aula seguindo o enfoque dinâmico sugerido neste curso. As experiências de manipulação devem ser mantidas, pois as atividades no computador não podem substituí-las, mas apenas complementá-las (NASSER; TINOCO, 2011, p. viii – grifo nosso).

Assim, o enfoque dinâmico apresentado neste artigo é a dinamização da geometria através de manipulações de materiais, a fim de desenvolver a habilidade de movimentar as figuras mentalmente, essa habilidade será tratada neste artigo como “dinâmico mental”. Para desenvolver essa habilidade poderão ser utilizados diversos recursos, tais como: recortar, colorir, transformar figuras, quadriculados, desenhos com régua e compasso, construção/manipulação de figuras com palitos ou canudinhos, softwares, construção no geoplano, dentre outros.

Mesmo que o foco principal desse artigo seja a visualização geométrica com dinâmica mental e não a visualização geométrica dinâmica a partir da utilização de softwares dinâmicos, versamos um pouco sobre a abordagem dinâmica da geometria, a partir de utilização de softwares a fim de compreender a dinamização da geometria.

De acordo com Alves (2004), “o termo Geometria Dinâmica-GD foi inicialmente usado por Nick Jakiw e Steve Rasmussen da Key Curriculum Press, Inc, com o objetivo de diferenciar este tipo de software dos demais softwares geométricos” (ALVES, 2004, p. 51).

Os softwares dinâmicos têm contribuído para melhorar a compreensão de conceitos e propriedades geométricas, embora um ambiente informatizado, por si só, não garanta a construção do conhecimento. Para que haja aprendizado, é necessário um plano de atividades desafiadoras a serem desenvolvidas pelos estudantes.

Se o objetivo é o aprendizado da geometria, atividades devem ser projetadas para tal. Não basta colocar a disposição do aluno um programa de construção em geometria; o aluno certamente vai aprender alguma coisa. Mas, a apropriação de ideias matemáticas significativas nem sempre acontecem de forma espontânea, mesmo nestes ambientes, e assim um trabalho de orientação, por parte do professor, se faz necessário (GRAVINA; SANTAROSA 1998, p. 21).

De acordo com Nunes e Gravina (2003), os recursos de informática abrem possibilidades para contribuir no processo de aprendizagem e na motivação dos estudantes para um determinado assunto. “Com o movimento das figuras, os estudantes podem fazer experiências, evidenciar novas propriedades geométricas, fazer conjecturas e, com a ajuda do professor, buscar explicações para o que está sendo empiricamente constatado” (NUNES; GRAVINA, 2003, p. 1).

Nasser e Tinoco (2004b) asseguram que:

Muitos experimentos mostram que esta postura dinâmica ajuda a sanar a dificuldade na aprendizagem de geometria. Na era da imagem e do movimento, a geometria não pode continuar a ser ensinada de forma estática, seguindo o estilo introduzido por Euclides. Em geral, os estudantes não manipulam os objetos geométricos, estando habituados apenas a ver as figuras no livro (NASSER; TINOCO, 2004b, p. viii – grifo nosso).

As autoras completam essa ideia, quando asseguram que muitos experimentos evidenciam que a postura dinâmica contribui para melhorar a aprendizagem de geometria. Dessa forma, a geometria não pode ser ensinada de forma estática, sem manipular as diferentes representações dos objetos, tendo apenas o livro didático como ferramenta de suporte pedagógico, onde as figuras são visualizadas sem movimentos. Optamos em diferenciar a forma de escrever trazida por Nasser e Tinoco, ao invés de manipulação de objetos geométricos, trabalhamos com manipulação de diferentes representações dos objetos, haja vista que, na pesquisa buscamos manipular as representações, não trabalhamos com o objeto, e, sim representamos as figuras por meio de colagens, recortes, desenhos, utilização do GeoGebra, transformações, dentre outras.

III. A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Para a fase da experimentação da pesquisa elaboramos uma sequência didática com 21 atividades. Cada estudante recebeu um caderno de atividades e um caderno de respostas nos quais registravam suas conclusões.

Durante a aplicação da sequência didática, o processo de observação do desenvolvimento das atividades contribuiu muito, visto que permitia os ajustes necessários nas atividades.

Estamos explanando sobre a aplicação da sequência didática, mas afinal, o que é uma sequência didática? Neste artigo, usamos a definição de Peretti e Costa (2013),

A sequência didática é um conjunto de atividades ligadas entre si, planejadas para ensinar um conteúdo, etapa por etapa, organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar para aprendizagem de seus estudantes e envolvendo atividades de avaliação que pode levar dias, semanas ou durante o ano. É uma maneira de encaixar os conteúdos a um tema e por sua vez a outro tornando o conhecimento lógico ao trabalho pedagógico desenvolvido (PERETTI; COSTA, 2013, p. 6).

Com o objetivo de despertar maior interesse no aluno, a fim de que ele desenvolvesse a habilidade de visualização geométrica com dinâmica mental, propomos atividades com diferentes formas de resolução, bem como utilização de diferentes materiais. Os estudantes usaram colagens, fizeram cartazes, separaram grupos de figuras por propriedades, construíram figuras e exploraram propriedades após transformações no geoplano, manipularam figuras através de construções com canudinhos e isopor e exploraram a construção e propriedades de triângulos semelhantes e congruentes por meio do software GeoGebra.

Dessa maneira, estamos em consonância com Peretti e Costa (2013) que sugerem, “para haver sequência didática é necessário apresentar ao aluno atividades práticas, lúdicas com material concreto e diferenciado apresentando desafios cada vez maiores aos estudantes permitindo a construção do conhecimento” (PERETTI; COSTA, 2013, p. 6).

Algumas atividades foram resolvidas individualmente, em pequenos grupos e outras no coletivo, mas todas tinham o mesmo propósito, sempre instigar o aluno para que ele produzisse as definições e percebesse as propriedades

geométricas. Em nenhum momento foi dada uma definição ou uma propriedade pronta, todas foram construídas a partir de amplas discussões, permitindo ao aluno a construção do seu conhecimento.

Em cada atividade, era possível verificar os conhecimentos prévios dos estudantes e, ao mesmo tempo, direcionar os estudos. Em seguida, os estudantes exploravam o tópico de estudo através da sequência de atividades e depois externavam e trocavam ideias sobre as propriedades e teoremas dos quadriláteros e triângulos e discutiam os casos de semelhança e congruência de triângulos.

E, por fim, os estudantes concluíam as suas respostas, descobriam sua própria maneira de resolver a atividade e ganhavam independência na resolução. Eles construíam as suas definições e faziam as suas demonstrações. Antes de iniciar o estudo dos triângulos, fizemos uma síntese das propriedades e teoremas dos quadriláteros estudados. O mesmo aconteceu com os triângulos e, no último encontro da sequência, foi realizada a síntese geral de todas as aulas de geometria, momento do aluno construir uma visão geral de tudo o que aprendeu.

Nas atividades, procuramos estimular, ao máximo, a visualização geométrica com dinâmica mental. Na maioria das vezes, primeiramente, pedíamos para o aluno visualizar, pensar e dinamizar mentalmente, depois que o aluno conseguia fazer isso, era solicitado que registrasse a sua conclusão no caderno resposta. Era dado um tempo para esse registro, em seguida, retomávamos para comentar as conclusões e analisar as respostas de cada um. Nesta etapa, os estudantes dialogavam entre eles, ora concordavam e ora discordavam da resposta do outro. Para concordar ou discordar, adotamos um critério, tinha que haver justificativa, e assim era feito.

A sequência didática foi desenvolvida durante 10 aulas de geometria, específicas para esse fim, no período de 15 de fevereiro de 2017 a 26 de abril de 2017, com duração de 2h30min cada aula. As aulas aconteceram uma vez por semana, embora, em algumas semanas tenha sido necessário alterá-las para atender o cronograma de atividades já previsto na instituição. Todas as aulas foram filmadas, exceto uma, haja vista um problema técnico.













As atividades 01 a 04 permitiram aos estudantes conhecerem os quadriláteros e estabelecerem relações de inclusão de classe; na atividade 05 foi proposta a transformação de figuras; a atividade 06 visava instigar o aluno a construir a lista mínima de propriedades de alguns quadriláteros e definições dos quadriláteros explorados. As atividades 07 a 09 tinham como objetivo definir retas concorrentes, paralelas, transversais e feixes de retas paralelas. Essas atividades ainda propiciaram o conhecimento dos ângulos formados por retas concorrentes e reta transversal a um feixe de retas paralelas. As atividades 10 e 11 construíram a condição de existência do triângulo, os tipos de triângulos e suas propriedades; na atividade 12, iniciamos a construção de triângulos com auxílio do software GeoGebra. Nas atividades 12 a 16 exploramos os casos de semelhança de triângulos e, a partir da atividade 18, os casos de triângulos congruentes. Para resolver as atividades 18 a 20, primeiro imaginava-se os possíveis triângulos de acordo com as indicações das varetas e, posteriormente, realizava-se a construção no GeoGebra, ou seja, primeiro a exploração dinâmica mental para depois a dinâmica a partir de um software.

As resoluções foram registradas no caderno resposta, os estudantes responderam a lápis e, após as discussões coletivas, eles faziam a correção com registros a caneta, porém, não apagavam o registro a lápis para colaborar na análise dos dados.

Nesse artigo, apresentamos duas atividades para exemplificar o trabalho da visualização geométrica com dinâmica mental realizado na sequência didática.

Atividade 01 - Os objetos desenhados abaixo podem receber o nome de figuras geométricas bidimensionais ou tridimensionais. Complete com o nome geométrico correto. Se você souber outros nomes para a mesma figura, escreva-os. Classifique também em bidimensional e tridimensional:

FIGURA 01- ATIVIDADE 01

| Objeto | Nome | Bidimensional ou Tridimensional | Objeto | Nome | Bidimensional ou Tridimensional |
|--|------|---------------------------------|--|------|---------------------------------|
|  | | |  | | |
|  | | |  | | |
|  | | |  | | |
|  | | |  | | |
|  | | |  | | |
|  | | |  | | |

Fonte: Adaptado pela pesquisadora com base em Ferreira e Laudares, 2010.

Análise *a priori* da atividade 01

Esta atividade busca avaliar e aprimorar os conhecimentos dos estudantes quanto ao reconhecimento das figuras de acordo com sua forma, propriedades e dimensões, considerando que as figuras não são estáticas.

Assim, o aluno deverá colocar todos os nomes que a figura geométrica pode receber de acordo com suas propriedades. Nesta fase da escolarização, o aluno já deve ter se deparado com a classificação geométrica a partir das propriedades, e não apenas a visualização.

Nesta atividade, é possível que alguns estudantes não reconheçam a primeira figura da segunda coluna como quadrado, pois, na maioria das vezes, eles têm a visão do quadrado apenas na posição em que seus lados são paralelos à folha do seu caderno, sem girá-lo, ou seja, em forma estática, sem dinamizá-lo. Assim, é provável nomeá-la apenas como losango. Logo, na atividade será explorada a visualização das figuras, introdução dos conceitos e propriedades geométricas e inclusão de classes.

Descrição da experimentação e análise *a posteriori* da atividade 01

Para a realização da atividade, primeiro deixamos em livre resolução, depois fizemos a discussão coletiva e, por último, a correção.

De acordo com o Registro das atividades, os estudantes conheciam os quadriláteros nas formas mais comuns. Geralmente, o quadrado “é reconhecido apenas na posição em que os lados são paralelos às bordas da folha do livro. Quando é apresentado em outra posição, é confundido com um losango qualquer, não quadrado” (NASSER; TINOCO, 2011, p. viii). Segundo as autoras, essa situação pode ser evitada se os alunos tiverem o hábito de recortar as figuras para manuseá-las, assim, a sequência didática também propôs atividades com manuseios e colagens de figuras geométricas.

Inicialmente, os alunos não apresentaram conhecimentos de inclusão de classes, por exemplo, a primeira figura, classificaram apenas como quadrado e a terceira como retângulo. Somente dois estudantes apresentaram mais de um nome para o quadrado. Alguns escreveram *quadrado e quadrilátero*; fizeram o mesmo com *retângulo e quadrilátero*; *trapézio e quadrilátero*. Esses estudantes ainda não construíram, corretamente, a definição de quadrado, retângulo, trapézio e losango. Também, muitos escreveram a esfera como “bola”. Interessante que eles já reconheceram que não era o círculo, porém, percebemos a ausência de linguagem matemática adequada para nomeá-la.

Quanto à dimensão, no geral, desempenharam bem, conseguiram diferenciar bidimensional e tridimensional. Mesmo aqueles que escreveram a esfera como círculo, classificaram-na como bidimensional.

Em relação à visualização geométrica com dinâmica mental, apresentaram bom resultado, 08 estudantes conseguiram nomear a primeira figura da segunda coluna como quadrado, ou seja, eles reconheceram um quadrado em posição diferente da forma habitual, geralmente, pouco apresentada nos livros.

Para motivar a visualização geométrica com dinâmica mental, durante o processo de discussão da questão, pedimos para os estudantes imaginarem as figuras e os questionamos “ao mudar o retângulo de posição, ele deixa de ser retângulo? E o quadrado?” Foram feitos vários exercícios mentais, como exemplo: “imaginem um losango, gire-o, mentalmente. Que figura formou?” E, assim por diante, sempre instigando o pensamento geométrico dinâmico. Com essas atividades mentais, eles perceberam que as figuras não são estáticas e que a dinamização não altera as propriedades.

Durante a discussão coletiva, os alunos foram corrigindo, individualmente, suas respostas, pois a “interação não significa necessariamente concordância de conteúdos entre os turnos dos interlocutores, não implica essencialmente solidariedade” (FANIZZI, 2012, p. 318).

Ao fim, indagamos se ainda algum aluno apresentava dúvida referente à atividade número 01 e a resposta foi unânime que não havia dúvida, inclusive demonstram comentários positivos, como exemplo: *que legal! Eu não sabia que o quadrado era retângulo!*

Assim, todos os estudantes conseguiram compreender a atividade e completaram-na com êxito. Dessa forma, concluímos que os objetivos propostos foram obtidos.

Atividade 21 – A atividade tem resolução livre, pode-se utilizar régua, compasso, transferidor GeoGebra e o pensamento geométrico. Além disso, poderá ser resolvida em grupo de dois ou três estudantes.

Nas atividades 18, 19 e 20 você descobriu três casos de congruência de triângulos (LLL, LAL, ALA). Sempre trabalhando com três informações, teria outro caso? Vamos pensar?

Análise *a priori* da atividade 21

O objetivo da atividade é desafiar os estudantes para visualizarem mais um caso de congruência de triângulos, LADO, ÂNGULO, ÂNGULO OPOSTO – LAA_o.

Nas atividades 18, 19 e 20, os estudantes conheceram três casos de congruência de triângulos (LLL, LAL, ALA), sempre trabalhando com três informações. Com a mesma quantidade de informações, em dupla, eles deverão discutir se será possível outro caso. Poderão usar todas as ferramentas e objetos disponíveis para auxiliar na visualização.

Prevemos dificuldades para resolver essa atividade, pois trata-se de uma visualização com pouca informação no enunciado, ou seja, a questão só afirma a necessidade de se trabalhar com três informações. Destarte, esperamos que a discussão entre a turma ocorra e a consideramos fundamental. A troca de ideias deve ser prioridade para atingir o objetivo proposto. Todavia, tudo deverá ocorrer naturalmente.

Descrição da experimentação e análise *a posteriori* da atividade 21

Os estudantes sentaram-se em dupla para discutir a atividade. Inicialmente, nenhuma dupla desempenhou a atividade com auxílio do GeoGebra. Os estudantes optaram pelo pensamento geométrico, fixavam alguns dados e

imaginavam se, com esses dados, o triângulo formado seria único. Não foi uma atividade fácil, mas não desistiram, gostaram do desafio.

Para auxiliar na visualização, utilizaram lápis, canetas e régua, como lados de triângulos e movimentavam para verificar a unicidade. Para motivar o início do pensar, fizemos a seguinte pergunta: “Com dois lados iguais, conseguimos garantir que o outro triângulo seja congruente?”. A aluna KA e mais outros estudantes responderam que *não*, pois a medida do terceiro lado depende do ângulo formado pelos dois lados conhecido, KA, *depende do ângulo*.

Em certo momento da aula, o aluno DE disse que tinha visto uma possibilidade: *ele tem um lado igual, dois ângulos iguais* e a professora o instigou: “Quais ângulos? Mostra aqui para mim”. Então, DE respondeu: *o ângulo de baixo e o outro de cima*. Enquanto ele orientava, fomos tentando mostrar utilizando os mesmos materiais que eles estavam usando, como pode ser visto na imagem abaixo:

FIGURA 02 - TRIÂNGULOS CONGRUENTES – ATIVIDADE 21



Fonte: Dados da pesquisadora Liliana Moura

Em seguida, desenhamos no quadro a ideia de DE e abrimos a discussão para a turma. Uns tentavam justificar que esses dados não garantiam a congruência, outros já achavam que garantiam e cada um colocava sua opinião e buscava justificar. DE tentava convencê-los, reforçando sua explicação, WI tentou ajudá-lo. Depois de vários debates, KA e MA também conseguiram compreender a visão de DE e passaram a defendê-la. Continuamos mostrando a fixação dos lados e ângulos, conforme a foto:

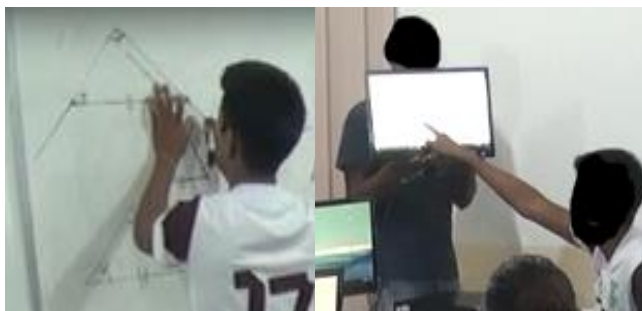
FIGURA 03 - CONSTRUÇÃO DO CASO DE CONGRUÊNCIA – ATIVIDADE 21



Fonte: Dados da pesquisadora Liliana Moura

KA acrescentou, *se a gente garante a medida de dois ângulos, a do outro já tá garantida*. Mas, questionamos, “e será que três ângulos com mesma medida garantem a congruência de dois triângulos?”. Ela concordou que não e pediu para pensar mais, *deixa eu pensar mais*. Por fim, GA disse que o caso é LADO, ÂNGULO, ÂNGULO. Quando disse o caso, questionamos se estava seguro que realmente garantia a congruência, e ele assegurou que *sim* e WI também, *sim*. Então, GA resolveu testar no Geogebra, desenhou no quadro e depois explicou com o GeoGebra.

FIGURA 04 - CONSTRUÇÃO DO CASO DE CONGRUÊNCIA – ATIVIDADE 21



Fonte: Dados da pesquisadora Liliana Moura

Assim sendo, todos conseguiram compreender que, com os dados apresentados pelo aluno DE, só poderiam ser construídos triângulos congruentes. Logo, fomos definir o caso de congruência. Como era um termo novo, nós orientamos que esse caso era LADO, ÂNGULO, ÂNGULO OPOSTO – LAA_o.

Essa foi uma atividade que levou os alunos a debaterem uma situação a fim de descobrir mais um caso de congruência de triângulos, através de argumentos informais até a compreensão de argumentos dedutivos.

Mesmo que a ideia principal dessa congruência tenha sido iniciada com o aluno DE e, se aprofundado com os estudantes GA e WI, afirmamos que o objetivo previsto na análise *a priori* foi obtido, uma vez que, depois de várias discussões, os estudantes conseguiram compreender o caso de congruência que não foi apresentado nas atividades 18 a 20 da sequência didática. Além disso, houve participação e interesse de todos para descobrirem um novo caso de congruência de triângulos, e também em dar continuidade à ideia apresentada pelo colega.

IV. CONSIDERAÇÕES

Durante a realização da sequência didática, percebemos muita motivação por parte dos estudantes, eles estavam ansiosos para trabalhar com uma metodologia diferenciada e inovadora. Assim, não tivemos dificuldades quanto ao envolvimento deles nas resoluções das atividades, muito menos em mantê-los nas aulas durante o tempo previsto.

Diante disso, ressaltamos que esse comportamento nos levou à superação de pontos negativos durante o desenvolvimento das atividades, significando que os estudantes ultrapassaram as dificuldades nas resoluções, buscando superá-las sem pressão do professor. Percebemos que nas primeiras atividades que estimulavam a visualização geométrica com dinâmica mental, eles demonstraram mais dificuldades, mas, ao final, venceram os obstáculos e compreenderam a importância da habilidade dessa visualização para melhorar a compreensão dos conceitos geométricos.

Outro fato importante a destacar sobre a sequência didática, é que ela foi conduzida dando oportunidades para o aluno obter os resultados a partir da realização da interação professor, aluno e o meio. Procuramos não impor os conceitos e propriedades, mas proporcionar meios para que eles construíssem, a partir de suas conclusões, as propriedades dos quadriláteros e triângulos e dos casos de semelhança e congruência de triângulos.

Convém apontar que não é uma metodologia fácil de trabalhar, ela exige muita dedicação e planejamento do professor, ele deve a todo tempo avaliar seus estudantes e, caso necessário, reelaborar as atividades, sendo o planejamento e o replanejamento fundamentais. O professor precisa estar preparado e motivado, porque é difícil motivar os estudantes se ele estiver desmotivado.

REFERÊNCIAS

ALVES, G. S. O uso de softwares de Geometria dinâmica para o desenvolvimento de habilidades cognitivas: uma aplicação em estudantes do ensino médio. 2004, 270p. Dissertação de Mestrado, Instituto de Matemática-IM, Núcleo de Computação Eletrônica-NCE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

ALVES, R. A Alegria de Ensinar. 3ª edição, ARS Poética Editora Ltda, 1994.

BORBA, M. C; Penteadó, M.G. Informática e Educação Matemática. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

FANIZZI, S. A importância da interação nas aulas de Matemática: da elaboração oral à construção de conhecimento. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v. 14, n. 2, pp. 317-336, 2012.

FERREIRA, L. H. de C.; LAUDARES, J. B. Caderno de oficina com atividades de geometria. PUC-MG. Belo Horizonte, 2010.

FREIRE, P. Pedagogia da Autonomia: Saberes Necessários Práticos Educativos. São Paulo: Ed. Paz e Terra, 2005.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. IV Congresso RIBIE, Brasília, 1998.

KALEFF, A. M. M. R, Vendo e entendendo poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos. Niterói: EdUFF, 1998.

MICOTTI, M. C. O. O ensino e as propostas pedagógicas. In: BICUDO, M.A.V (Org.). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas. São Paulo: Ed. Unesp, 1999.

NASSER, L.; TINOCO. Curso Básico de Geometria: Enfoque Didático. Módulo I. Formação de Conceitos Geométricos. Rio de Janeiro: Ed. IM/UFRJ, Projeto Fundão, 2011.

_____. Curso Básico de Geometria: Enfoque Didático. Módulo II. Visão Dinâmica da Congruência de Figuras. Rio de Janeiro: Ed. IM/UFRJ, Projeto Fundão 2004a.

_____. Curso Básico de Geometria: Enfoque Didático. Módulo III. Visão Dinâmica da Semelhança de Figuras. Rio de Janeiro: Ed. IM/UFRJ, Projeto Fundão 2004b.

NUNES, A. N; GRAVINA, M. A. Geometria dinâmica e a lei dos cossenos. Revista do Professor de Matemática – RPM nº 52. Computador na sala de aula. Ano 2003. Disponível em: <http://www.rpm.org.br/cdrpm/52/9.htm>. Acessado em 03/10/2015.

PEREIRA, M. T. Proposta de atividades para a construção do conceito de semelhança de triângulos usando o *software* de geometria dinâmica régua e compasso. Dissertação de Mestrado. Universidade Severino Sombra, Vassoura, 2010.

BOLSTERLI, M.; PERRENOUD, P.; CAPITANESCU, A.; THURLER, M. G.; MAULINI, O.; MULLER, A.; ZAJC, L. S.; VELLAS, E. A escola de A a Z – 26 maneiras de repensar a educação. Porto Alegre: Artmed, 2011.

PERETTI, L.; COSTA, G. M. T. da; Sequência didática na matemática. In: Revista de Educação do Ideau. Vol. 8 – n. 17, ISSN: 18096220, janeiro-junho, 2013 – Semestral.

VAZ, D. A. de F.; JESUS, P. C. C. de. Uma sequência didática para o ensino de matemática com o software GeoGebra. In: Estudos, Goiânia, V. 41, n. 1, p. 59-75, jan./març. 2014.