



Tratamento didático semiótico à introdução do conceito de Porcentagem: o pensamento sobre Complementaridade ‘Otteano’ como propositura metodológica didática para sala de aula

J.B. Paula 1^a, M.F. OTTE 2^b

^aJacqueline Borges de Paula, jbcpaula@yahoo.com.br

^bMichael F. Otte, Michaelontra@aol.com

ARTICLE INFO

Recebido: 15 de agosto de 2019

Aceito: 20 de setembro de 2019

Disponível on-line: 6 de junho de 2020

Palavras chave: Porcentagem;
Semiótica, Metodologia didática.

Keywords: Percentage, Semiotics,
Didactic teaching.

E-mail: jbcpaula@yahoo.com.br;
michaelontra@aol.com.

ISSN 2007-9842

© 2019 Institute of Science Education.
All rights reserved

ABSTRACT

We have gathered interpretative qualitative research data in the classroom, which started in 2016, supposed to finish up in 2018, aiming to undertake in the Mathematics learning-teaching process as didactic methodology of semiotics approach and we have attempted to show how the introduction to the concept of Percentage for the Elementary School students started. The theoretical background that orients both the planning and the development of the didactic method is based on the semiotic dimension of Thinking about the “Otteano” Complementarity. As assumption, we defend that the mathematical thinking deals with a diagrammatical interpretative process ‘about’ and ‘of’ problem situations, having the Mathematical Knowledge produced as the result of a meta-reflexive exercise elementally symbolic. To Percentage, our didactic treatment started from the critical reflection about the concept of Unit in Mathematics, evolving to later construction of the concept of Percentage. We have aimed to make explicit the aspects related to sense (conceptual structure) in both concepts, usually starting from the previous knowledge to, then, introduce the formal mathematical constructions, related to its diversity and referential application. We have aimed to contribute to the continuing formation of Educators and Teachers-researchers. We have observed that the appreciation of previous knowledge under the semiotic point of view is a boost to the comprehension of the formal symbolic representations established, as well as in the elucidation of the conceptual structure of the Mathematical Knowledge itself.

Trazemos dados de pesquisa qualitativa de cunho interpretativo em sala de aula, iniciada no ano de 2016, com previsão de término em 2018, que objetiva empreender no processo ensino-aprendizagem da Matemática uma metodologia didática de abordagem semiótica e apresentamos como se processou a introdução do conceito de Porcentagem para alunos do Ensino Fundamental. A base teórica que orienta o planejamento e desenvolvimento do método didático fundamenta-se na dimensão semiótica do Pensamento sobre Complementaridade “Otteano”. Como pressuposto, defendemos que o pensamento matemático trata de um processo interpretativo diagramático ‘sobre’ e ‘de’ situações problemas, sendo o Conhecimento Matemático produzido como resultado de um exercício meta-reflexivo elementarmente simbólico. À Porcentagem nosso tratamento didático principiou na reflexão crítica sobre o conceito de Unidade na Matemática, evoluindo à construção posterior do conceito de Porcentagem. Procuramos explicitar os aspectos relacionados ao sentido (estrutura conceitual) em ambos os conceitos, sempre a partir dos conhecimentos prévios para, depois, introduzir as construções matemáticas formais, relacionando-as a sua diversidade e aplicabilidade referencial. Ambicionamos contribuir com a formação continuada de Educadores e Professores-pesquisadores. Observamos que a valorização dos conhecimentos prévios sob um ponto de vista semiótico é potencializadora à compreensão das representações simbólicas formais estabelecidas, bem como na elucidação da estrutura conceitual do Conhecimento Matemático.

I. INTRODUÇÃO

Este estudo contempla resultados iniciais de investigação em sala de aula, iniciada no ano de 2016, com previsão de término em 2018, a qual objetiva empreender uma metodologia didática de abordagem semiótica ao ensino de Matemática. Apresentamos, neste momento, aspectos do tratamento didático empreendido à introdução do conceito de Porcentagem para alunos dos anos finais no Ensino Fundamental. A metodologia de nossa pesquisa é qualitativa e abordagem de cunho interpretativa.

Inicialmente, trazemos os fundamentos da base teórica que orientam em nossa pesquisa, o planejamento, estruturação e desenvolvimento da metodologia didática de dimensão semiótica ancorada no Pensamento sobre Complementaridade ‘Otteano’. A seguir, apresentamos dois momentos delineados em nossa organização e os seus respectivos objetivos que orientaram o desenvolvimento das sequências didática à introdução do conceito de Porcentagem, encerrando com nossas reflexões finais.

II. METODOLOGIA DIDÁTICA DE ABORDAGEM SEMIÓTICA: PRESSUPOSTOS NO PENSAMENTO SOBRE COMPLEMENTARIDADE ‘OTTEANO’

Os pontos elementares a um tratamento didático semiótico, extraídos do Pensamento sobre Complementaridade ‘Otteano’ que destacaremos, estão imbricados, fundamentalmente, em questões epistemológicas sobre o Conhecimento Matemático. Entendemos que o modo como o educador concebe a gênese e a historicidade do Conhecimento Matemático influencia no tratamento didático que este empreenderá ao entendimento em sala de aula. Nossa compreensão sobre a gênese e historicidade do Conhecimento Matemático se fundamenta na dimensão semiótica do Pensamento sobre Complementaridade ‘Otteano’.

Otte fala que Peirce foi muito feliz na constatação de que a Matemática figura como resultado do nosso raciocínio diagramático. E (OTTE, 2014, s/p)¹ acrescenta que

“(…) nós vivemos mais em um mundo de signos e possibilidades, do que em um universo de coisas determinadas. Isto significa que o processo de conhecimento é para ser descrito como o processo semiótico de interpretação e, portanto, é uma espécie de processo interativo entre objetos e ideias. Isto é o que queremos dizer com a noção de complementaridade (Otte, 2003; Otte 2006)”.

Entendemos que a natureza do pensamento matemático e do desenvolvimento do Conhecimento Matemático é essencialmente iconográfica – simbólica. Sobretudo, não podemos confundir a Matemática com Linguagem. O papel fundamental da Linguagem para a Matemática reside em fornecer o substrato para seu desenvolvimento. A Linguagem é o que permite, à Matemática, conhecer, por meio de diversas manifestações, o que permanece idêntico e inalterável em todos os casos analisados, ou seja, ela nos possibilita o tipo de conhecimento que tem a ver com as relações estruturais sobre nossas ações e objetos. E, na Matemática, os objetos podem ser reais ou não, havendo, ainda, a possibilidade de construir seus próprios objetos.

Assumimos que o pensamento matemático trata-se de um processo interpretativo diagramático ‘sobre’ e ‘de’ situações problema e o Conhecimento Matemático é resultado de um exercício metarreflexivo elementarmente simbólico. Metarreflexivo na direção de que não se trata de refletir sobre os objetos em si, mas, como antecipamos, sobre nossas ações em relação aos objetos que se apresentarem, buscando uma análise estrutural sobre essas ações, que culminará na generalização espelhada num processo de simbolização.

Piaget (1979) já afirmava que o pensamento lógico-matemático é caracterizado pela abstração reflexiva, tirada não dos objetos e, sim, das ações que podemos exercer sobre eles e, essencialmente, das coordenações mais gerais destas ações, tais como reunir, ordenar, corresponder etc.

E isso tem a ver com o que entendemos por processo de matematização de situações, de modo que a Matemática espelha a atividade do sujeito sobre os objetos (ao torná-los matematizáveis).

Assim, nossa compreensão sobre a Matemática e o desenvolvimento do Conhecimento Matemático coadunam com uma interpretação estruturalista, no sentido que tudo pode ser estruturável. E a estrutura é compreendida como um sistema autorregulador, formalizada e operacionalizada por meio de uma lógica simbólica.

Na dinâmica do raciocínio matemático, numa interpretação semiótica à constituição de Conhecimento Matemático nosso entendimento é de que esse se configura como resultado da interação e união de ícone, índices e

¹ Artigo intitulado *Generalizar é necessário ou mesmo inevitável*, de 2014, não publicado até o momento.

símbolos. Entendemos que todo raciocínio humano acontece a partir e de uma mistura desses signos e não podemos dispensar nenhum deles. Na Matemática especificamente e singularmente não temos um estudo de objetos “naturais”, mas das relações entre esses objetos e tais relações são expressas por representações diagramáticas que envolvem esses signos.

Otte (2012), aponta que os matemáticos generalizam, ao introduzir objetos, ideias, em atividades matemáticas, que não são nada mais do que abstrações hipostáticas. Peirce foi um dos primeiros a observar que a abstração em que se baseia esse procedimento é muito importante para os matemáticos. A generalização depende da simbolização – representações diagramáticas.

Poder-se-ia pensar, ressalta Otte (2014), que não haveria uso para índices em Matemática pura, tratamento que normalmente se faz com criações ideais, quando não levamos em conta se eles estão em qualquer lugar ou não realizados. “Mas as construções imaginárias do matemático, e até mesmo os sonhos, até o momento aproximado da realidade tem certo grau de fixidez, em consequência do que eles podem ser reconhecidos e identificados como indivíduos” (Peirce, CP 2.305). Os índices que ocorrem em Matemática pura referem-se a entidades ou objetos que pertencem a um modelo, ao invés de ‘o mundo real’, ou seja, de acordo com Otte (2014), eles indicam objetos em universos semânticos construídos.

A Matemática, por um lado, não dispõe de reivindicações existenciais agindo somente delineando possibilidades; por outro lado, ela faz uso essencial de índices, no sentido de representar declarações de fato, sendo fundamentais para a concepção da Matemática de Peirce como ‘raciocínio esquemático’. Assim é que entendemos a relação imbricada entre o lado pragmático e semântico do desenvolvimento do conhecimento matemático.

O pensamento de Otte destaca também que a Matemática não pode estabelecer seus objetos por meio de descrição à moda da noção de ‘conceito completo’ de uma substância individual. E aqui entra o princípio da continuidade que tem a ver com generalização, funcionando como sendo a mesma coisa. Peirce foi quem enfatizou pela primeira vez a importância do princípio da continuidade.

Ele entendia que a intelegibilidade ou relevância pressupõe continuidade, ao passo que um fato novo e, ainda, inexplicável sempre marca uma ruptura ou uma descontinuidade (OTTE, 2014). E, para escapar dos possíveis paradoxos da continuidade, os processos de generalizações requerem uma nova lógica, uma lógica de pensamento relacional. O que transforma o ‘princípio da continuidade’ em um poderoso meio de investigação matemática e experimentação. Ele é, antes de tudo, um meio de idealização e de generalização, isto é, um meio para a criação de objetos ideais ou idealizados, em termos de invariantes, bem como uma nova forma de raciocínio, ou seja, ‘o raciocínio esquemático’ (PEIRCE, 1970, [4.418]).

Peirce escreveu:

O geômetra desenha um diagrama, que se não é exatamente uma ficção, é, no mínimo, uma criação, e por meio da observação de que o esquema que ele é capaz de sintetizar e mostrar relações entre elementos que antes pareciam não ter nenhuma conexão necessária. As realidades obrigam-nos a colocar algumas coisas em relação muito próxima e outras nem tanto, em um ambiente altamente complexo, e no sentido em si de forma ininteligível, mas é o gênio da mente, que ocupa todas essas sugestões de sentido, acrescenta muito para eles, torna preciso, e mostra-lhes de forma inteligível nas intuições de espaço e tempo "(PEIRCE, 1970, [1.383]).

Para Otte (2013)², a essência de algo é a essência da representação desse algo e esta é apenas mais uma representação, cuja essência desta última é mais outra representação etc. etc. Mas isso não significa que a gente poderia inventar representações à vontade. Um signo é o signo de algum objeto, caso contrário, não é um signo! Entretanto, o termo ‘objeto’ não deverá ser entendido em termos empíricos, mas no sentido de uma representação que surge em nossa mente sobre esse mesmo objeto, ou *Representâmen*. O mundo empírico precisa ser sempre adaptado. E, neste sentido, a atividade que envolve a relação entre sujeito e objeto torna-se elementar e, essencialmente, importante nas escolhas dos signos e das representações. Para Peirce, o único significado de uma ideia reside nas consequências práticas que dela se possa inferir, tese esta central em sua filosofia, denominada de Pragmatismo. No ponto de vista sobre Complementaridade ‘Otteano’, o significado e a objetividade de uma ideia representada por um signo repousam na atividade envolvida, nas infinitudes de aplicações últimas desse signo.

Sempre e novamente uma construção ou um procedimento algorítmico é tomado como um objeto para ser incorporado em outra construção ou outro procedimento. Mas para reificar conceitos

² Manuscrito de Otte para orientação, s.d, s.p.

operacionais é necessário empregar a intuição espacial, porque a intuição e a atividade matemáticas não operam em objetos singulares mas em “espaços” de todos os tipos (OTTE, 2012, p.11)³.

O mundo é matéria em movimento e o movimento das nossas representações corresponde ao próprio movimento da realidade objetiva da matéria. A Matemática não se refere ao mundo empírico, mas, sim, a nossas atividades neste mundo empírico, de modo que, ela é tomada como uma metaciência das Ciências, de si mesma e da tecnologia. Nesta direção, entendemos que uma interpretação semiótica nos fornece elementos sólidos para compreensão do processo de produção do conhecimento envolvido, principalmente quando enfatiza e impulsiona em sala de aula as representações espontâneas dos educandos, e, partindo delas construindo um caminho interpretativo às representações convencionais e formalizadas do Conhecimento Matemático.

Nossa intenção está em empreender, ao Conhecimento Matemático, em especial ao conceito de Porcentagem, o direcionamento e exercício de uma abordagem semiótica. E isso tem a ver com uma visão genética evolutiva desse conhecimento, partindo sempre de uma reflexão sobre a relação estreita e de complementaridade, que permeia a Linguagem e a Matemática no processo construtivo do Conhecimento Matemático.

III. O TRATAMENTO DIDÁTICO À INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE PORCENTAGEM PARA ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Em nossa abordagem didática inicial tratamos de investigar o conceito de Unidade para a Matemática com os educandos e refletir sobre isso. A compreensão sobre o sentido e as referências que envolvem o conceito de Unidade na Matemática é fundamental no processo de aprendizagem de uma variedade de conteúdo. Por exemplo, quando observamos o conceito de Porcentagem, podemos verificar que ele representa e espelha um tratamento semiótico alternativo empreendido ao conceito da Unidade.

Na porcentagem, a unidade passa a ser quantificada por 100 (cem) e, a partir daí, e por análise comparativa de fenômenos diversificados, envolvendo este outro modo agrupamento em torno da unidade, muitas reflexões e conclusões podem ser aferidas. Daí nosso interesse e ênfase no tratamento didático inicial ao conceito de Unidade.

Priorizar o conceito de Unidade, também nos pareceu salutar, pois observamos que grande parte dos educandos apresentavam dificuldades quando a interpretação do conceito de porcentagem exigia maior intimidade com conhecimentos envolvendo números decimais. Soava incompreensível para muitos alunos no nono ano do Ensino Fundamental, por exemplo, interpretar que 30% pode ser representado como 0,3.

Na Matemática, a unidade é a quantidade tomada como medida ou termo de comparação de outras quantidades. Quando fazemos referência a uma quantidade estandarizada de uma determinada grandeza, estamos tratando de uma Unidade específica de medida e comparação. De forma que a Unidade toma o seu valor, a partir de um padrão ou de uma composição de outras unidades previamente definidas, assumindo outras e diversificadas formas de representação.

Na Matemática, a unidade é representada pelo numeral ‘um’ e os educandos deveriam construir o entendimento de utilizar este mesmo numeral no sentido conceitual também de ‘Unidade’, agora tratando de ‘um’ estandarizado (que pode ter a configuração de um conjunto de elementos), tratando de ‘um’ como padrão. Mas temos verificado que grande parte dos educandos não entende dessa forma, de maneira que atribui o conceito de Unidade somente ao numeral 1 (um) e, ainda, como valor unitário. Para superarmos situações como essa e transpor do conceito de unitário ao conceito de Unidade, evoluindo ao de Porcentagem (equivalente à 100 partes iguais), verificamos a possibilidade de organizar uma intervenção didática processual em uma perspectiva de abordagem com ênfase na semiótica.

Estabelecemos algumas sequências didáticas iniciais que trataram, exclusivamente, da construção do conceito de Unidade e um ‘start’ introdutório ao conceito de Porcentagem. Elas tiveram como objetivos:

- Investigar os conhecimentos dos educandos relacionados ao conceito de Unidade na Matemática – conceituação espontânea.
- Instigar a diferenciação entre Unidade e Unitário (que envolve a construção do conceito de unitário).

³ Texto *O que é a Matemática realmente?* de Michael F. Otte (Apresentação em plenária no colóquio internacional em homenagem a Michele Arigue, Paris, Maio 2012).

- Apresentar possibilidades representativas da Unidade (enquanto medida e comparação).
- Analisar criticamente o sentido que envolve o conceito de Unidade.
- Refletir sobre as possibilidades representativas espontâneas e da Matemática sobre a Unidade.
- Avançar para interpretação do conceito de Unidade no conjunto dos números Naturais para números Racionais, Frações e na Geometria.

Em um segundo momento, passamos à abordagem didática, mais intensamente focada no conceito de Porcentagem. A Porcentagem figura como uma medida de razão com base 100 (cem), um modo de expressar a proporção ou relação entre dois valores. Os cálculos com porcentagem surgiram por volta do século I a.c. em Roma. Um dos impostos criados pelos romanos era denominado de centésimo *rerum venalium* e determinava que o comerciante deveria pagar um centésimo pela venda de suas mercadorias. Naquele tempo, os cálculos eram efetuados sem a utilização do símbolo de porcentagem. No século XV, intensificam-se as relações comerciais, houve o surgimento dos juros, lucros e prejuízos, o que forçou o estabelecimento de cálculos envolvendo porcentagens. Foi a crescente utilização da porcentagem no comércio com suas inúmeras formas de escrita representacional (por exemplo: *X p cento* ou *X p c*) que fez originar o símbolo que conhecemos hoje (%), padronizado em 1925, por d. E. Smith.

Sobre a Porcentagem, procuramos também investigar as concepções espontâneas dos alunos e, seguidamente, caminhar para a diversificação das representações formalmente instituídas da Matemática. Primeiramente, intentamos explicitar aspectos relacionados ao sentido (estrutura conceitual) do conceito de Porcentagem que pudesse ser evidenciado a partir dos conhecimentos prévios, relacionados às respectivas representações para, depois, avançar na direção de construções matemáticas formais, relacionando-as a sua diversidade e aplicabilidade referencial.

As intervenções, nesse segundo momento, buscamos cumprir os objetivos a seguir:

- Investigar sobre os conhecimentos prévios dos alunos sobre Porcentagem.
- Verificar se os educandos conseguem (e de que modo) relacionar o conceito de Unidade ao Conceito de Porcentagem.
- Mediar os educandos nas reflexões sobre as representações relacionados ao conceito de Unidade e sua transposição ao conceito de Porcentagem.
- Apresentar situações cotidianas que possibilitem relacionar o conceito de Porcentagem como conjunto de 100 unidades (100 partes iguais).
- Trabalhar com os educandos as possibilidades de representação do conceito de porcentagem enquanto Unidade interpretativa para e de situações problema.
- Investigar com os alunos os contextos sócios históricos da Porcentagem e sobre a aplicabilidade cotidiana desse conceito.
- Introdução às representações matemáticas que têm relações com o conceito de Porcentagem (frações, da proporcionalidade chegando às expressões algébricas, gráficos, medidas, tratamento de dados).

Nossa análise esteve focada na reação dos educandos e na efetividade do processo de construção das representações do conceito de Unidade e em seus desdobramentos em nosso tratamento didático até o conceito de Porcentagem.

IV. CONCLUSÕES

Na experiência com os alunos, destacamos que a valorização dos conhecimentos prévios de um ponto de vista semiótico é potencializadora à elucidação da estrutura conceitual do Conhecimento Matemático e isso tem a ver com a

compreensão das representações simbólicas que os alunos criam espontaneamente e sua relação com as representações formalmente estabelecidas.

Tomar como ponto de partida o conceito de Unidade, explorando deste uma multiplicidade de possíveis representações espontâneas para, posterior e processualmente, estabelecer uma transposição ao conceito de Porcentagem formalizado, possibilitou o estabelecimento de um leque maior de conexões entre diversos conteúdos disciplinares que, geralmente, são trabalhados de maneira estanque e compartimentalizados em sala de aula.

Apresentar aspectos dessa experiência ambiciosa instigar reflexões direcionadas ao aprimoramento do trabalho com a semiótica em sala de aula e contribuir para a formação continuada dos educadores e para a formação de professores-pesquisadores em sala de aula.

REFERÊNCIAS

- Houdé, O., Meljac, C. (2002). *O Espírito Piagetiano: homenagem internacional a Jean Piaget*. Porto Alegre: Artmed.
- Otte, M.F. (1993). *O Formal, o Social e o Subjetivo: uma introdução à Filosofia e à Didática da Matemática*. São Paulo – SP: Unesp.
- Otte, M. F. (2003). Complementary, sets and numbers. *Educational Studies in Mathematics*, v. 53, pg.203-228. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2003.
- Otte, M. F. (2011). *A Realidade das Ideias uma nova perspectiva epistemológica para a Educação Matemática*. Cuiabá-MT: Edufmt.
- Piaget, J. (1979). *O Estruturalismo*. Trad. Moacir Renato de Amorim. 3ª ed., São Paulo: DIFEL.
- Pierce, C.S. (2003). *Semiótica*. São Paulo: Perspectiva.