



## Del mar al concepto de función. Una propuesta didáctica

Silvia Maffey<sup>a</sup>, Gregorio Garnett<sup>a</sup>, Saúl Ramírez<sup>b</sup>

<sup>a</sup>CECyT “Miguel Bernard” del Instituto Politécnico Nacional. Ciudad de México, México

<sup>b</sup>ESIQIE del Instituto Politécnico Nacional. Estado de México, México

### ARTICLE INFO

**Received:** August 4, 2017

**Accepted:** August 11, 2017

**Available on-line:** November 9, 2017

**Keywords:** función, variación, diseño didáctico

**E-mail addresses:** [smaffey@ipn.mx](mailto:smaffey@ipn.mx),  
[saulrm4285@hotmail.com](mailto:saulrm4285@hotmail.com)

ISSN 2007-9842

© 2017 Institute of Science Education.  
All rights reserved

### ABSTRACT

One of the fundamental knowledges of mathematics is the concept of function, its role goes from establishing a special relationship between two variables or two sets to be the foundation of calculation and thus, mathematical analysis.

Such is its importance that, in a very brief review of the investigations in this respect in the field of educational mathematics, appear from epistemological studies of the concept of function, to the conceptions that mathematics teachers have of it, passing through the historical study of its evolution.

For this reason, the importance of the correct generation of the concept of function in the minds of learners is clear, however, achieving this is not easy. Many students complete upper secondary education by confusing equations with functions, unless the latter are presented by means of the notation " $f(x) =$ ".

The study of the variations of certain marine physical factors in a research carried out in the Bay of La Paz, BCS, Mexico, gave rise to the use of the data obtained and the relationships between them as a generator of the concept of function as dependency relation between variables, based on a didactic design elaborated considering the theory of didactic situations that gave very good results in its application with a group of students volunteers for the test of its operability and effectiveness.

This paper presents the situation under study, the didactic design and the results of the test carried out.

Uno de los saberes fundamentales de la matemática es el concepto de función, su papel va desde establecer una relación especial entre dos variables o dos conjuntos hasta ser el cimiento de cálculo y con ello, del análisis matemático.

Tal es su importancia que, en una revisión muy somera de las investigaciones al respecto en el campo de la matemática educativa, aparecen desde estudios epistemológicos del concepto de función, hasta las concepciones que los docentes de matemáticas tienen de ello, pasando por el estudio histórico de su evolución.

Por este motivo, la importancia de la generación correcta del concepto de función en la mente de los educandos es clara, sin embargo, el lograrlo no es sencillo. Muchos estudiantes concluyen sus estudios de educación media superior confundiendo ecuaciones con funciones, a menos que las segundas se presenten por medio de la notación " $f(x) =$ ".

El estudio de las variaciones de ciertos factores físicos marinos en una investigación realizada en la Bahía de La Paz, B.C.S., México, dio pie a emplear los datos obtenidos y las relaciones entre ellos como un elemento generador del concepto de función como relación de dependencia entre variables, a partir de un diseño didáctico elaborado considerando la teoría de situaciones didácticas que dio muy buenos resultados en su aplicación con un grupo de estudiantes voluntarios para la prueba de su operatividad y eficacia.

El presente trabajo expone la situación bajo estudio, el diseño didáctico y los resultados de la prueba realizada.

## I. INTRODUCCIÓN

“El concepto más importante de las matemáticas es el de función. En casi todas las ramas de la matemática actual, la investigación se centra en el estudio de funciones. No ha de sorprender, por lo tanto, que el concepto de función haya llegado a definirse con una gran generalidad”. Este texto, de Spivak (2012) es una evidencia entre otras más, que muestran lo esencial que es el concepto de función, lo que causa que en el ámbito de la investigación educativa se encuentren múltiples trabajos al respecto, que lo mismo se ocupan de su epistemología (Farfán y García, 2005), que de su concepto entre los docentes (Sánchez, 2009) o de su visión a través de la Historia (Sastre, Rey y Boubée, 2008).

La relevancia del concepto de función, llevó a realizar un sondeo entre estudiantes recién egresados del nivel medio superior (preuniversitario) sobre la idea con que se quedan respecto a ello, sus respuestas se pueden agrupar en 5:

- Es eso que se pone con  $f(x)$
- ¿qué no son lo mismo que las ecuaciones?
- Es como una ecuación, pero se hace gráfica
- Es una relación de dominio y contradominio
- Son las ecuaciones que se derivan

Como puede notarse de estos enunciados, ocurre algo preocupante, los estudiantes tienen ideas aproximadas de lo que es una función, pero no un concepto preciso, ninguno de los 25 cuestionados al respecto, mencionó variables, menos aún, dependencia entre éstas.

Ante esta situación, este trabajo presenta una secuencia didáctica diseñada y puesta en práctica con 15 estudiantes de nivel medio superior (NMS) para conducirlos a comprender y apropiarse un concepto de función basado en la dependencia entre variables.

El diseño didáctico toma como base la teoría de situaciones didácticas de Brousseau consultada en Cantoral, et al. (2005), partiendo de una situación problemática empleando los datos obtenidos de un proyecto de investigación sobre las surgencias costeras en Bahía de la Paz, B.C., México.

## II. MARCO TEÓRICO

Las matemáticas se han construido como una respuesta a preguntas que surgen de problemas que es necesario resolver. Éstos han variado en sus orígenes y en sus contextos; van desde problemas de orden cotidiano hasta problemas planteados en relación con otras ciencias, así se afirma que la actividad de resolución de problemas ha estado en el corazón mismo de la elaboración de la ciencia matemática. (Charnay, 2009)

Son los problemas que les han dado origen los que han dado sentido a las matemáticas producidas, por lo que, haciendo aparecer las nociones matemáticas como herramientas para resolver problemas es como se puede lograr que los alumnos encuentren el sentido que tienen los objetos matemáticos que deben aprender y, según Charnay (2009) sólo después de ello, estas herramientas podrán ser estudiadas por sí mismas.

El mismo autor, nos da algunos indicativos de cómo aprenden los alumnos:

- 1) Los conocimientos no se apilan, no se acumulan, sino que pasan de estados de equilibrio a estados de desequilibrio, en el transcurso de los cuales los conocimientos anteriores son cuestionados.
- 2) Solo hay aprendizaje cuando el alumno percibe un problema para resolver.
- 3) La interacción social es un elemento importante en el aprendizaje.

Entonces, el uso de problemas para el logro de aprendizajes en matemáticas es esencial, lo que trae consigo la cuestión, ¿cómo usarlos para ello?

Una respuesta a esta cuestión es la que brinda la teoría de las situaciones didácticas.

Según se presenta en Cantoral, (2005), la teoría de situaciones didácticas propone el estudio de las condiciones en las cuales se constituyen los conocimientos matemáticos; y se considera que el control de esas condiciones permitirá reproducir y optimizar los procesos de adquisición escolar del conocimiento.

En la definición de una situación didáctica; es esencial su carácter intencional, es decir, el haber sido construida con el propósito explícito de que alguien aprenda algo. Se distinguen, entre tales situaciones, cuatro tipos cuya secuencia en los procesos didácticos es la siguiente:

1. **Situaciones de acción.** En las que se genera una interacción entre los alumnos y el medio físico. Los alumnos deben tomar las decisiones que hagan falta para organizar su actividad de resolución del problema planteado.
2. **Situaciones de formulación.** Su objetivo es la comunicación de informaciones entre alumnos. Para ello, deben modificar el lenguaje que utilizan habitualmente, precisándolo y adecuándolo a las informaciones que deben comunicar.
3. **Situaciones de validación.** En éstas se trata de convencer a uno o varios interlocutores de la validez de las afirmaciones que se hacen. En este caso, los alumnos deben elaborar pruebas para demostrar sus afirmaciones. No basta la comprobación empírica de que lo que dicen es cierto; hay que explicar que necesariamente debe ser así.
4. **Situaciones de institucionalización.** Están destinadas a establecer convenciones sociales, en ellas se intenta que el conjunto de alumnos de una clase asuma la significación socialmente establecida de un saber que ha sido elaborado por ellos en situaciones de acción, de formulación y de validación.

El propio Cantoral (2005) afirma que la persona que aprende necesita construir por sí mismo sus conocimientos mediante un proceso adaptativo similar al que realizaron los productores originales de los conocimientos que se quieren enseñar. Se trata entonces de producir una génesis artificial de los conocimientos, de que los alumnos aprendan haciendo funcionar el saber, o más bien, de que el saber aparezca para el alumno como un medio de seleccionar, anticipar, ejecutar y controlar las estrategias que aplica a la resolución del problema planteado por la situación didáctica.

El camino señalado anteriormente consiste en un proceso de aprendizaje en el que el conocimiento no es ni directa ni indirectamente enseñado por el maestro, sino que debe aparecer progresivamente en el estudiante a partir de múltiples condiciones estructurales: debe, por así decirlo, ser el resultado de confrontaciones con cierto tipo de obstáculos encontrados durante su actividad. En este sentido, son las múltiples interacciones en el seno de la situación las que deben provocar las modificaciones en el alumno y favorecer la aparición de los conceptos deseados.

### III. SITUACIÓN PROBLÉMICA

La situación problémica que da origen al diseño didáctico es un estudio sobre las condiciones que se presentan en Bahía de la Paz, Baja California Sur, México, para detectar la presencia del fenómeno de surgencias costeras.

La Bahía de La Paz se encuentra en la parte meridional de la península de Baja California, en el estado de Baja California Sur y su litoral corresponde a la margen occidental dentro del Golfo de California. Es de forma alargada, orientada NW – SE, con una superficie aproximada de 1780 km<sup>2</sup>. Tiene un perímetro costero de aproximadamente 200 km de longitud.

En la vertiente del Golfo de California el clima es muy seco cálido con temperaturas promedio de 22° a 35° c y una precipitación anual de 150 a 200 mm. En esta porción de la península las lluvias son escasas todo el año, aunque la máxima precipitación se presenta entre junio y octubre, la evaporación promedio anual en la Bahía de La Paz es de 215 mm y la humedad relativa entre 62% y 70%. El clima que predomina en la zona costera de la bahía es de tipo muy seco y muy cálido, con lluvias en verano e invierno principalmente, en donde la precipitación invernal es de 10.2%. La media mensual más alta oscila entre los 27 y 30 °C y se presenta en los meses de agosto y septiembre; mientras que, el mes más frío es enero, donde la media es aproximadamente 17 °C.

Respecto a los desplazamientos de los vientos, estos dominan con direcciones del sureste por la mañana y suroeste por la tarde, para los meses de abril a octubre; mientras que para noviembre a mayo se presentan del noroeste y del sur; los vientos extremos llegan a ser de 10 m/s provenientes del norte. (Velasco, 2009).

Estas características físicas y geográficas de la Bahía de La Paz favorecen que en la zona se presente un fenómeno costero llamado de surgencia.

La surgencia, es un desplazamiento ascendente de aguas marinas; por el efecto de la *fuerza de Coriolis*, originada en la rotación de la Tierra, una columna de agua en movimiento experimenta una rotación de 90° con relación a la dirección del viento que la causó y que sopla a lo largo de la costa (este efecto se denomina transporte de *Ekman*). De esta manera un viento que sople sobre la costa puede provocar un desplazamiento de aguas superficiales hacia mar adentro, compensado por un lento movimiento ascendente de aguas profundas en dirección a la costa, llamado surgencia o afloramiento de aguas. Estas aguas de surgencia son de baja temperatura y sumamente ricas en

nutrientes, resultantes de la remineralización por bacterias de los restos orgánicos que se van acumulando en las capas más profundas de la columna de agua. Al ponerse en contacto estas sales minerales con los organismos fotosintetizadores que habitan la capa superficial del mar, resulta una enorme productividad primaria, lo que se traduce, a través de la cadena alimentaria en una mayor biomasa pesquera.

Zonas de surgencia conocidas se encuentran en Perú, Brasil, California, África del Norte y en Somalia. Las surgencias constituyen ecosistemas complejos con múltiples efectos sobre la biota marina y por ende con grandes repercusiones económicas. Describir su estructura, comprender sus procesos y prever sus efectos son objetivos que requieren investigación interdisciplinaria y una política que conceda cierta prioridad a las ciencias del Mar. (Valentín, 1996).

Para estudiar este fenómeno, se establecieron 10 estaciones de monitoreo en las aguas de una zona previamente determinada de la Bahía de La Paz, en donde se realizaron 12 mediciones en otras tantas fechas en el 2016 y 7 en lo que va del presente 2017, empleando un dispositivo que registra: profundidad, temperatura, salinidad, densidad, oxígeno disuelto, pH, fluorescencia y turbidez, presentando éstos en tablas de datos como la que se muestra en la figura.

B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Depth/m	Temperature	Salinity, /psu	Density/kg/m <sup>3</sup>	Oxygen, /ml/l	Oxygen, /mg/l	Oxygen, /µmc	pH	Fluorescence	Turbidity, /ntu
1.009	23.9932	34.9163	1023.5844	4.6301	6.6168	206.779	8.067	0.0001	0.5922
1.018	23.9931	34.9161	1023.5843	4.6222	6.6056	206.428	8.069	0.0016	0.6682
1.026	23.9928	34.9164	1023.5846	4.615	6.5954	206.108	8.068	0.0005	0.5771
1.051	23.9927	34.9162	1023.5847	4.6103	6.5886	205.897	8.07	0.0009	0.4556
1.129	23.9925	34.9161	1023.585	4.6085	6.586	205.816	8.07	0.0001	0.3341
1.254	23.9923	34.9161	1023.5856	4.612	6.591	205.971	8.069	0.0024	0.2734
1.365	23.9921	34.914	1023.5845	4.6166	6.5976	206.178	8.071	0.0001	0.2886
1.47	23.9907	34.9157	1023.5867	4.6131	6.5925	206.019	8.071	0.0009	0.319
1.539	23.9906	34.915	1023.5865	4.61	6.5881	205.881	8.071	0.0081	0.3949
1.573	23.9898	34.9161	1023.5877	4.6073	6.5843	205.763	8.072	0.0054	0.3797
1.595	23.9896	34.916	1023.5878	4.6027	6.5778	205.559	8.072	0.0066	0.3797
1.624	23.9894	34.9155	1023.5876	4.6052	6.5813	205.667	8.07	0.0104	0.3038
1.668	23.989	34.9154	1023.5878	4.6063	6.5829	205.718	8.073	0.0081	0.1823
1.73	23.9885	34.9122	1023.5858	4.6057	6.5821	205.693	8.072	0.0066	0.1519
1.788	23.9872	34.9098	1023.5847	4.6092	6.5871	205.849	8.073	0.0058	0.3493
1.83	23.9851	34.9139	1023.5886	4.6095	6.5874	205.859	8.072	0.0062	0.4101
1.874	23.984	34.9177	1023.592	4.6155	6.596	206.127	8.073	-0.0014	0.3038
1.956	23.9846	34.9159	1023.5907	4.6211	6.604	206.378	8.074	0.0009	0.3341
2.074	23.9848	34.9118	1023.5881	4.6223	6.6058	206.433	8.073	0.0009	0.2127

FIGURA 1. Ejemplo de tabla de datos.

Para el diseño didáctico se usaron los datos obtenidos de la estación de monitoreo identificada como cero, el 22 de abril de 2016.

### III. DISEÑO DIDÁCTICO

El diseño didáctico constó de tres partes, problema planteado, secuencia 1 y secuencia 2, mismas que se presentan a continuación.

#### III.1 Problema planteado.

Se tiene la información obtenida de una estación de monitoreo en la Bahía de la Paz, de los elementos que aparecen en la primera fila de la tabla siguiente, se requiere analizar los datos y obtener información la mayor información posible a partir de ellos.

#### III.2 Secuencia 1.

##### III.2.1 Situación de acción 1.

Se entregó a los estudiantes una tabla de datos en versión electrónica y la información acerca de la investigación que se ha presentado en la sección “situación problémica”. Se les pidió proponer que se podía hacer, detectar y obtener. Esto debían presentarlo al día siguiente.

### III.2.2 Situación de formulación 1.

Los estudiantes debieron trabajar en equipos de 5 personas y cada equipo debía formular al pleno una propuesta de trabajo con los datos, con base en lo que hubieran ya detectado y discutido entre ellos.

### III.2.3 Situación de validación 1.

Cada equipo presentó sus observaciones y propuesta. Éstas fueron muy similares y se resumen en:

- o Los datos varían, algunos aumentando, otros disminuyendo y dos de ellos, la salinidad y la densidad variaban muy poco en sus valores.
- o Sería bueno graficarlos, pero no a mano porque son muchos.
- o Cómo las gráficas se hacen en dos ejes, hay que decidir que se ponía en cada eje, porque se tienen muchos tipos de datos.
- o Se puede hacer una gráfica de cada columna con Excel, porque éste pone un eje  $X$ .
- o ¿Por qué el oxígeno aparece en tres columnas y con diferentes unidades de medición?, si muestran lo mismo, hay que elegir una sola columna, porque no tiene caso hacerlo tres veces.

Se discutió todo esto, con intervenciones de la profesora, quien intervino con lo siguiente:

### III.2.4 Situación de institucionalización 1.

- ¿Si todos los datos varían, se le podía cambiar de nombre a los elementos: ¿profundidad, temperatura, etc., por un nombre que indicara ese hecho?
- ¿Se puede tener control de alguno de esos elementos?, de ser así, ¿se puede o debe tratarse de forma diferente?
- Las tres columnas que contienen datos del oxígeno disuelto presentan la misma información, solo que con unidades distintas, ¿vale la pena ocuparse de las tres o puede usarse solo una?, en tal caso, ¿con cuál de ellas?
- ¿Debe usarse Excel?, ¿qué tal emplear otro software?

Con estas intervenciones y las ideas de los alumnos se llegó a:

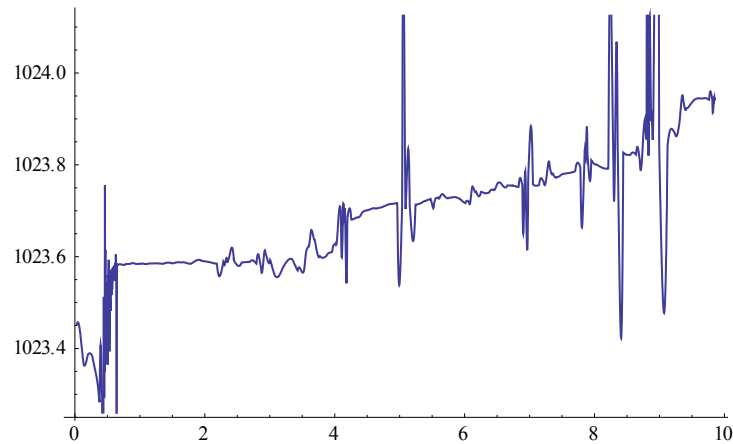
- Los elementos se llamarán variables.
- Como la profundidad depende de la intervención humana al llevar el dispositivo de medición a diferentes distancias de la superficie, es la variable bajo control, por lo que se le denominó variable independiente.
- Como todas las demás variables toman valores, dependiendo a la profundidad a la que se encuentre el aparato, se llamarán variables dependientes de la profundidad.
- Se usarán los valores de la variable oxígeno, que están medidos en unidades mol, por ser ésta la unidad de medida que parece ser “más científica”.
- Se realizaría una gráfica por cada variable dependiente, tomando en todas, como variable independiente a la profundidad.
- Sí se puede emplear otro software, además de Excel.

Para ajustar al número de variables dependientes, se cambió la conformación de los equipos a tener 3 o 4 participantes de manera que hubiera 7. A cada equipo se proporcionó una secuencia de instrucciones en el software Mathematica como ejemplo de su uso y los estudiantes generaron un nuevo archivo en el que copiaron 2 columnas: profundidad y la variable que les correspondió, con el cuál trabajaron.

## III.3 Secuencia 2.

### III.3.1 Situación de acción 2.

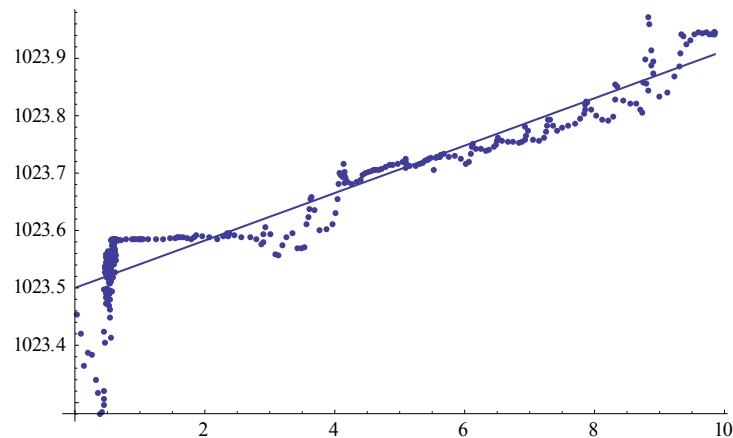
Con Mathematica, el ejemplo de uso de éste y su archivo de datos, cada equipo debió actuar. Ellos intentaron obtener una gráfica, pero el software rechazó los datos por tener más de un valor de variable dependiente para uno mismo de la independiente, por lo que tuvieron que revisar los datos, concluyendo que esto pasaba en varios casos. La explicación encontrada fue que por ser datos tomados en una situación real había algunas fallas, mismas que se explicaron por el oleaje en la zona de inserción del equipo de medición en el mar. Se optó por tomar un promedio de los datos que correspondían a una misma profundidad, tras lo cual, generaron una gráfica profundidad-variable dependiente. La figura 2, muestra una de ellas.



**FIGURA 2.** Gráfica profundidad – densidad.

### III.3.2 Situación de formulación 2.

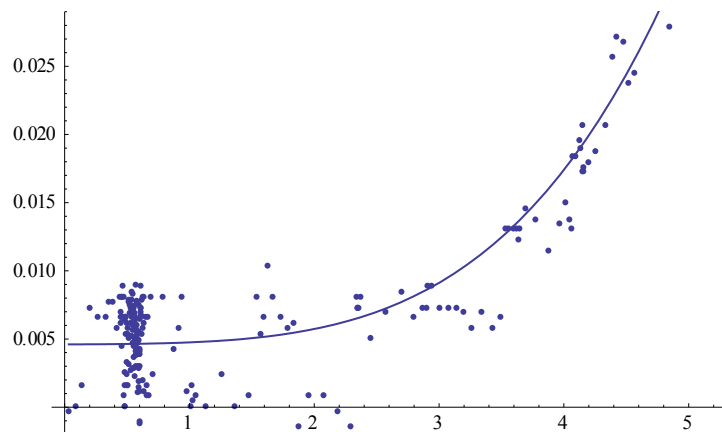
Los estudiantes, dentro de sus equipos plantearon sus ideas respecto a las gráficas realizadas. Siguiendo el ejemplo que se les había proporcionado, procedieron a hacer un ajuste a los datos, para la densidad de optó por un ajuste lineal. (Figura 3).



**FIGURA 3.** Curva ajustada profundidad - densidad

### III.3.3 Situación de validación 2.

En esta situación, los estudiantes compartieron en reunión plenaria el trabajo realizado, encontrando que las gráficas ajustadas iban desde las de tipo lineal hasta una de tipo cuártico, como la de la variable fluorescencia, que se presenta en la figura 4.



**FIGURA 4.** Gráfica ajustada profundidad – fluorescencia.

Como el software, al realizar el ajuste también da la expresión algebraica de la función se tuvo para esta última:

$$f(x) = 0.000037643257525147676(x^4 + x^3 + x^2 + x) + 0.0046028162196742614 \quad (1)$$

mientras que para la otra que se presenta aquí, es decir, la de densidad:

$$f(x) = 0.04132418733112839x + 1023.4999605649646 \quad (2)$$

### III.3.4 Situación de institucionalización 2.

Se llevó a cabo una discusión del trabajo realizado y los resultados obtenidos, con la moderación de la profesora, quien intervino con algunos cuestionamientos:

- ¿qué puede decirse de las variables con las que trabajó cada equipo?
- ¿qué pueden decir respecto al hecho de que el software no graficara los datos de variables en los que había más de un valor para una sola profundidad?
- ¿qué relación encuentran entre los datos, las gráficas y las expresiones como la (1) y la (2)?

Las conclusiones obtenidas de la discusión fueron:

- Los valores de las variables dependen de la profundidad que no es constante, por ello son correctos los nombres de variables dependientes y variable independiente.
- El software matemática no pudo graficar cuando se tienen dos o más valores de la variable dependiente para uno mismo de la variable independiente, eso debe significar algo en general.
- La tabla de datos, la gráfica y la expresión algebraica son tres formas de representar lo mismo.

Tras explicar a los estudiantes que lo que sucedió con el caso de no-graficación se debe a que el software hace gráficas de funciones y en la situación original no se tenía una función, pero tras el arreglo de los datos ya se tuvo, los alumnos pudieron establecer un enunciado para explicar lo que es una función:

Una función es una relación entre dos variables, una dependiente y otra independiente; para cada valor de la variable independiente solo debe haber un valor de la dependiente; puede representarse como una tabla, una gráfica en dos ejes o como una expresión algebraica.

Para concluir la situación de institucionalización del concepto de función, se informó a los estudiantes que el conjunto de valores posibles de la variable independiente se denomina dominio y el de los valores posibles para la dependiente se llama contradominio, mientras que el conjunto de los valores del contradominio que están relacionados con el primero se conoce como rango o imagen de la función.

### III. RESULTADOS OBTENIDOS

El trabajo realizado resultó muy motivante para los estudiantes, por estar trabajando con datos tomados de un fenómeno real de la naturaleza, lo que los hizo sentir que lo que se realizaba tenía una utilidad, por lo que trabajaron con entusiasmo y compromiso.

La obtención de la gráfica y la expresión algebraica en lugar de la forma tradicional: expresión algebraica → tabla de valores → gráfica, favoreció que los alumnos tuvieran una visión más real y precisa de sus significados. Como ya se mencionó, los estudiantes, con un poco de guía, lograron establecer por sí mismos, una definición de función, lo cual favorece la apropiación de ésta, pues ellos fueron constructores de ella.

En vista de que lo que se buscó fue que los estudiantes comprendieran y apropiaran el concepto de función como la relación de dependencia entre variables, la secuencia didáctica fue exitosa.

### IV. CONCLUSIONES

En general, el uso de situaciones reales para provocar aprendizajes es sumamente útil, pues provee de significado el conocimiento a adquirir.

Esto es especialmente notorio en el caso de múltiples conceptos matemáticos que en su origen surgieron de la necesidad real de resolver problemas concretos.

El trabajo de enseñanza basado en la enunciación de conceptos y reglas, seguido de ejercitación de la algoritmia, difícilmente dará resultados tan significativos como el que se realiza con base en la resolución de problemas reales y un diseño bien elaborado.

### AGRADECIMIENTOS

Se agradece al Instituto Politécnico Nacional de México, por el apoyo brindado a través de la Secretaría de Investigación y Posgrado a los proyectos con número de registro 20160229 y 20170464.

### REFERENCIAS

Cantoral, R., et al. (2005). *Desarrollo del pensamiento matemático*. Trillas. México.

Charnay, R. (2009). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En: Parra, C. y Saiz, I. (comps.) (2009). *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*. Capítulo III. Paidós. Argentina.

Farfán, R. M. y García, M. A. (2005). El concepto de función: un breve recorrido epistemológico. En: Lezama, J., Sánchez, M. y Molina, J.G. (eds.) 2005. *Acta latinoamericana de matemática educativa*. No. 18, pp. 489 – 494. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Sánchez, B. (2009). *El concepto de función matemática entre los docentes a través de representaciones sociales*. Tesis doctoral no publicada. CICATA del IPN. México.

Sastre, P., Rey, G., Boubée, C. (2008). El concepto de función a través de la historia. En: *Unión. Revista iberoamericana de educación matemática*. No. 16, pp. 141-155.



Spivak, M. (2012). *Calculus*. Reverté. México.

Valentin, J. L. (1996). Aguas de surgencia. En: *Ciencia Hoy*. Vol. 6, No. 34, pág.: 41-48.

Velasco, J. A. (2009). Ambientes geológicos costeros del litoral de la Bahía de La Paz, Baja California Sur, México. Tesis de maestría no publicada. CICIMAR del IPN. México.