



Adaptación de la aritmética maya al sistema decimal

Elena de Oteyza, Emma Lam

^aDepartamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias. Universidad Nacional Autónoma de México. Ciudad Universitaria, Circuito Exterior Delegación Coyoacán C.P. 04510 México D.F., México

ARTICLE INFO

Received: 14 October 2013

Accepted: 5 June 2014

Keywords:

Mayas,
Aritmética,
Caracol

E-mail addresses:

elo@ciencias.unam.mx
elo@ciencias.unam.mx

ISSN 2007-9842

© 2014 Institute of Science Education.
All rights reserved

ABSTRACT

In this paper we present an adaptation of the method of the arithmetic used by the Mayas, whose numbering system was vigesimal, to the decimal system used today. This is a brief summary of a larger work in which we participate, which is already published [4]. The objective is to make available to the children a simple, useful and fun method to perform all arithmetic operations. This method does not depend on memorizing multiplication tables, they can even be inferred from the use of this visual and manual method, favoring the unavoidable abstraction and reasoning learning. This dynamic requires only the correct spelling of the numbers, so any child can learn from the first years of primary school, but such simplicity is surprising at any age. For the development, we use the same symbols used by the Mayans: dots, stripes and snails and implementation of two basic rules, with whose it is possible to calculate up to square roots.

En el presente trabajo se presenta una adaptación de la mecánica de la aritmética utilizada por los mayas, cuyo sistema de numeración era vigesimal, al sistema decimal usado en nuestros días. Es ésta una breve reseña de un trabajo más extenso en el que participamos, el cual se encuentra ya publicado [4]. El objetivo del mismo es poner al alcance de los niños una herramienta sencilla y útil, además de divertida, con la cual podrán realizar todas las operaciones aritméticas. Este método no depende de la memorización de las tablas de multiplicar, las mismas incluso pueden deducirse a partir del uso de este método visual y manual, favoreciendo la ineludible abstracción posterior y el aprendizaje razonado. Esta dinámica requiere únicamente de la escritura correcta de los números, por lo que puede aprenderla cualquier niño desde los primeros años de la escuela primaria, pero es tal la sencillez de los procedimientos, que resulta sorprendente a cualquier edad. Para el desarrollo se usan los símbolos usados por los mayas: puntos, rayas y caracoles y la aplicación de dos reglas básicas, con cuyo uso es posible calcular raíces cuadradas.

I. INTRODUCCIÓN

El sistema de numeración maya, como el sistema de numeración decimal usado por nosotros es posicional. La diferencia es que el usado por los mayas era vigesimal.

En el sistema decimal, los números se escriben horizontalmente y se leen de izquierda a derecha, en el sistema maya se escriben en forma vertical y se leen de arriba hacia abajo.

Los símbolos que usaremos son:



FIGURA 1. Los mayas utilizaron un caracol vacío para representar el cero.

Los primeros nueve números se escriben como:

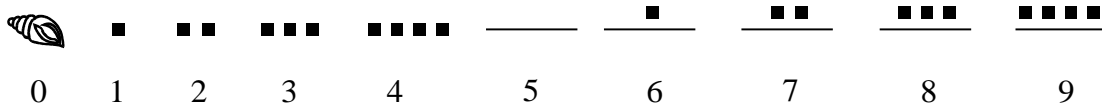


FIGURA 2. Hasta el número 9, la representación de los números para la adaptación al sistema decimal es la misma que la usada por los mayas.

Usaremos un tablero cuadrulado para escribir los números y realizar las operaciones. Numeraremos los renglones, a los que llamaremos niveles, de abajo hacia arriba.

Para escribir el número diez usamos dos niveles. Así el primer nivel que es el más bajo, corresponde a la unidades y el segundo a las decenas. Colocamos en el tablero un punto y un caracol de la siguiente manera:

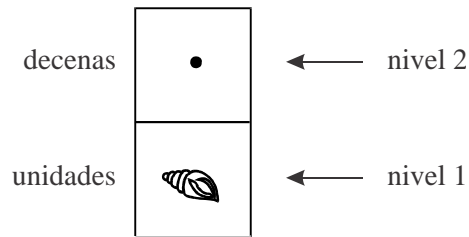


FIGURA 3. Colocamos las unidades en el primer nivel y las decenas en el segundo.

Representando así al número diez.

Por ejemplo, para escribir el número 805801, usamos tres niveles:



FIGURA 4. Puesto que el número tiene 3 cifras, usamos tres niveles.

I.1 Reglas de operación

1. Cinco puntos en un nivel equivalen a una raya en el mismo nivel.
2. Dos rayas en un nivel equivalen a un punto en el nivel inmediato superior.

II. LA SUMA

Para sumar colocamos los números en las primeras dos columnas del tablero y copiamos, en la tercera, las figuras que vemos en cada nivel. Si lo obtenido en la tercera columna puede leerse, ese es el resultado de la suma, en caso contrario aplicamos las reglas de operación.

Entre las ventajas de este método destaca el que se realiza de manera manual. Esto sienta las bases para que resulte natural el proceso de abstracción, el cual es inevitable. Por otra parte, permite la realización de operaciones con números grandes antes de lo que se lograría con los métodos tradicionales.

Ejemplos

- Efectuar la suma $312 + 532$.

Solución:

Colocamos los números en el tablero:

+		
■ ■ ■	—	
■	■ ■ ■	
■ ■	■ ■	

FIGURA 5. Para sumar se colocan los números en las primeras columnas del tablero.

Copiamos en la tercera columna lo que vemos en las otras dos, por niveles.

+ =		
■ ■ ■	—	■ ■ ■
■	■ ■ ■	■ ■ ■ ■
■ ■	■ ■	■ ■ ■ ■

FIGURA 6. Lo que ponemos al copiar en la tercera columna es el resultado de la suma.

Entonces $312 + 532 = 844$.

- Efectuar la suma $226 + 375$.

Solución:

Colocamos los números en el tablero

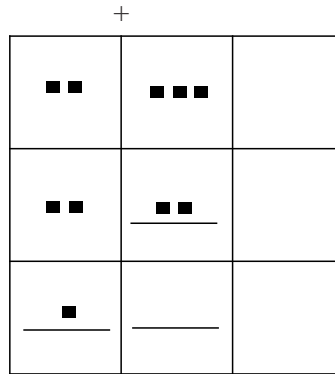


FIGURA 7. Puesto que los dos números tienen tres cifras, quedan alineados, en espera de efectuar la suma.

Copiamos en la tercera columna lo que vemos en las otras dos, por niveles:

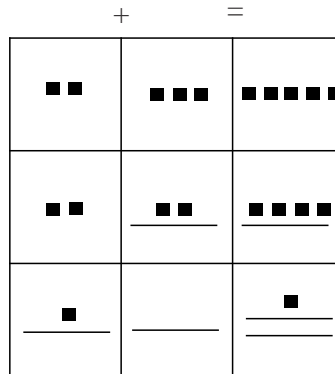


FIGURA 8. Observamos que no es posible leer el número obtenido.

En el tercer nivel, en el resultado, usamos la regla 1, es decir, cambiamos los cinco puntos por una raya.

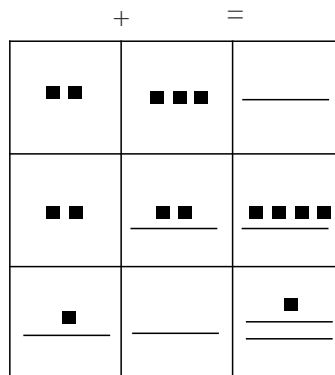


FIGURA 9. Como el resultado tiene dos rayas en el nivel de las unidades, todavía no es posible leerlo.

Ahora usamos la regla 2, en el primer nivel hay dos rayas, las quitamos y colocamos un punto en el segundo nivel.

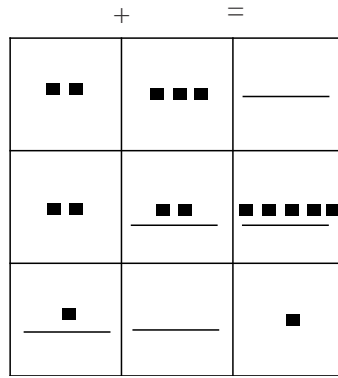


FIGURA 10. Observamos que ahora tenemos cinco puntos en el segundo nivel.

Nuevamente usamos la regla 1 en el segundo nivel.

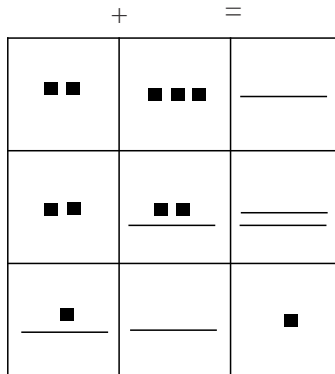


FIGURA 11. Al cambiar los cinco puntos por una raya, ahora hay dos rayas en el segundo nivel.

Por último, aplicamos nuevamente la regla 2 para quitar las dos rayas del segundo nivel.

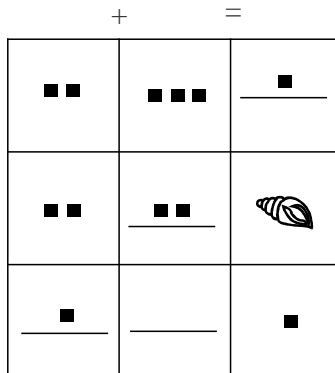


FIGURA 12. Colocamos un caracol en el espacio que quedó vacío.

Entonces $226 + 375 = 601$.

III. LA RESTA

Con el sistema maya, la resta se realiza manualmente, lo que facilita la comprensión, pues con este método, lo que hacemos es quitar las figuras que se tienen en el sustraendo. Para las restas en las que hay que pedir prestado, se aplican las dos reglas hasta que sea posible quitar manualmente las figuras del sustraendo.

Efectuamos la resta de abajo hacia arriba.

Ejemplos

- Efectuar la resta $583 - 61$.

Solución:

Colocamos los números en el tablero:

-		

■ ■ ■	■	
_____	_____	
■ ■ ■	■	

FIGURA 13. Recordamos que las unidades siempre se colocan en el primer nivel.

Colocamos en la tercera columna lo que resulte de quitar a la columna de la izquierda lo que tenemos en la segunda, por niveles, empezando en el nivel 1. La regla es punto mata punto y raya mata raya.

-	=	
_____		_____
■ ■ ■	■	■ ■
_____	_____	
■ ■ ■	■	■ ■

FIGURA 14. En la tercera columna veremos el resultado.

Entonces $583 - 61 = 522$.

- Efectuar la resta $152 - 93$.

Solución:

Colocamos los números en el tablero

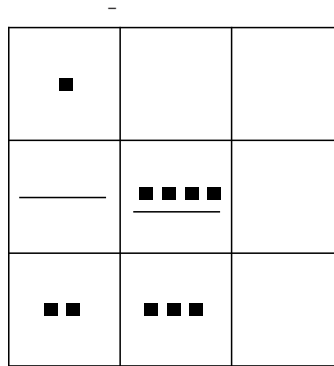


FIGURA 15. La resta se efectúa empezando por el nivel de abajo.

Observamos que en el primer nivel no es posible realizar la operación. Usamos la regla 1, cambiamos la raya del segundo nivel de la primera columna, por cinco puntos.

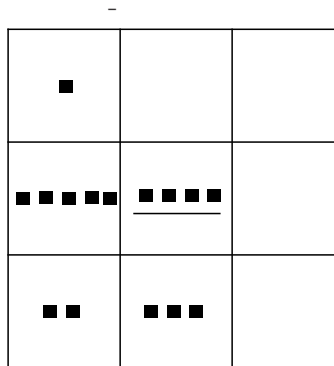


FIGURA 16. Una raya equivale a cinco puntos.

Ahora usamos la regla 2, quitamos uno de los cinco puntos y colocamos 2 rayas, en el nivel inmediato inferior.

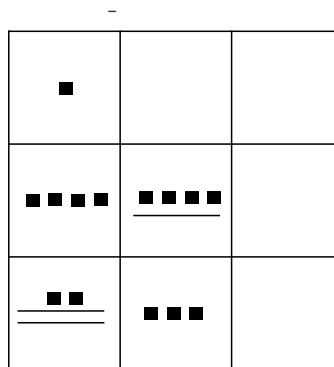


FIGURA 17. Un punto en un nivel equivale a dos rayas en el nivel inmediato inferior.

Cambiamos una de las dos rayas por cinco puntos, lo cual nos permitirá realizar la operación en el primer nivel, simultáneamente, observamos que en el nivel 2 no es posible realizar la operación, entonces quitamos el punto del nivel tres y colocamos dos rayas en el nivel 2.

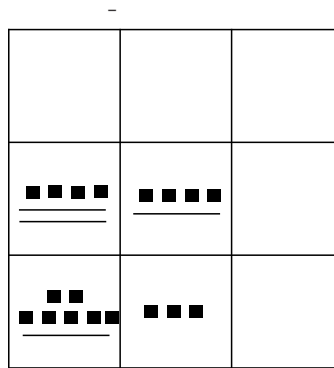


FIGURA 18. No hace falta poner un caracol en la primera casilla.

Efectuamos la operación:

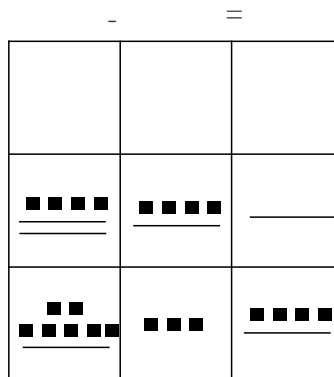


FIGURA 19. Se aplican las reglas para modificar la primera columna.

Entonces $152 - 93 = 59$.

IV. LA MULTIPLICACIÓN

Para multiplicar deberemos reproducir figuras en el tablero, considerar las diagonales e interpretar el resultado usando las reglas, sin usar las tablas de multiplicar, lo que hace que este método resulte sorprendente.

El niño puede, con ayuda de este método, deducir las tablas de multiplicar, las cuales memorizará más adelante, cuando haya entendido el significado de la multiplicación.

Ejemplo

- Efectuar la multiplicación 302×45 .

Solución:

Para la multiplicación se colocan los números fuera del tablero, uno de manera vertical a la izquierda y el otro horizontalmente arriba:

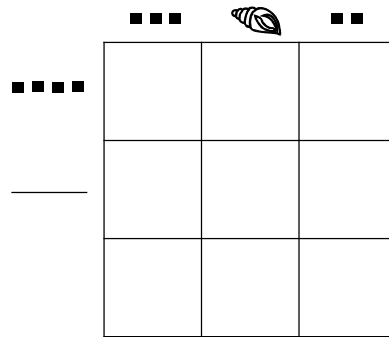


FIGURA 20. Veremos el resultado dentro del tablero.

En el tablero llenaremos una cuadrícula que tenga tantas columnas como niveles tenga el número que escribimos horizontalmente y tantos renglones como niveles ocupe el que escribimos de manera vertical. En nuestro caso, dos renglones y tres columnas.

En cada casilla copiamos el símbolo que aparece, fuera del tablero en la parte superior de esa columna, tantas veces como indica el símbolo que está fuera del tablero en la parte izquierda, en ese renglón, o equivalentemente el símbolo que está a la izquierda, en ese renglón, tantas veces como indique el símbolo que se encuentra en esa columna, fuera del tablero:

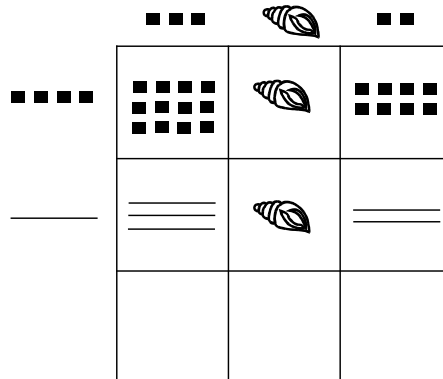


FIGURA 21. En cada casilla de la segunda columna, es suficiente con poner un caracol.

En las casillas en las que hay cinco o más puntos, usamos la regla 1. La multiplicación está concluida, para poder leer el número obtenido, establecemos las diagonales, que determinarán los niveles del resultado, de la siguiente manera:

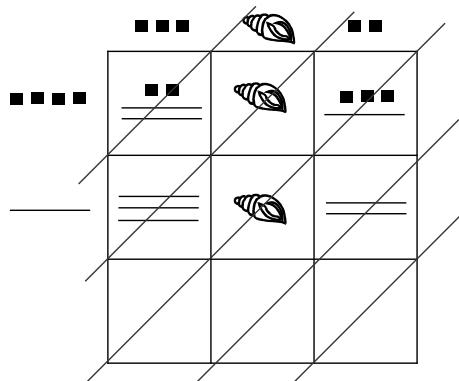


FIGURA 22. Lo que está bajo cada diagonal, corresponde al mismo nivel.

Reunimos al centro, las figuras que aparecen en cada una de las diagonales, de la siguiente manera:

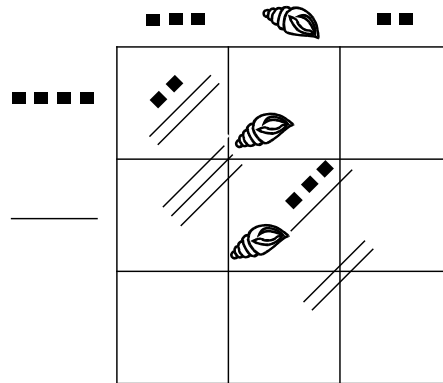


FIGURA 23. Podemos quitar los caracoles cuando éstos aparecen acompañados.

Observamos que en algunas casillas hay más de una raya:

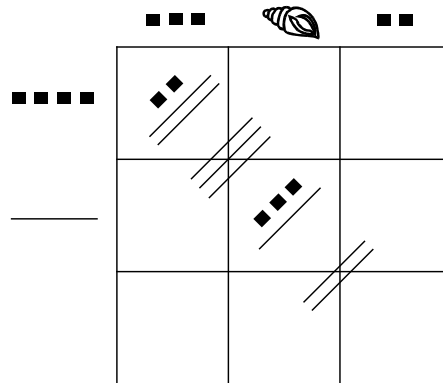


FIGURA 24. El nivel 1 del resultado será el que aparece en la parte inferior de la diagonal.

Ahora usamos la regla 2, es decir, dos rayas en un nivel equivalen a un punto en el nivel inmediato superior. La regla se usa en todos los niveles en los que haga falta, si un nivel queda vacío, ponemos un caracol, entonces:

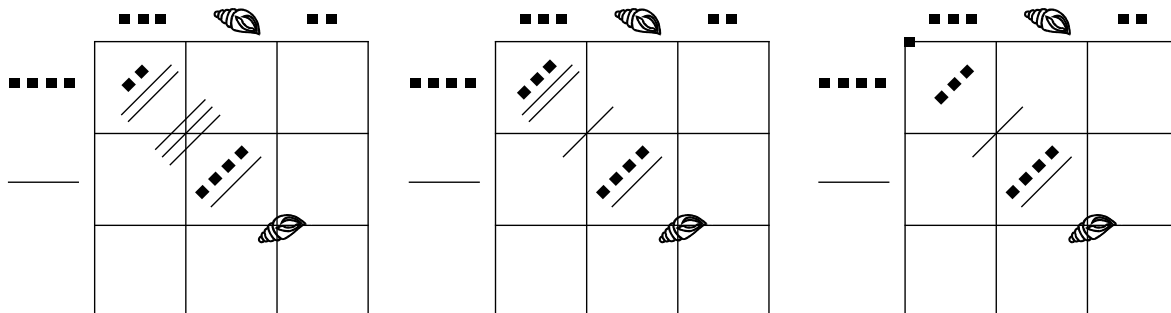


FIGURA 25. Observa, en la figura de la derecha que al quitar las dos rayas del nivel 4, el punto se coloca en la esquina del tablero.

Entonces $302 \times 45 = 13590$.

V. LA DIVISIÓN

De la misma manera que como hacemos tradicionalmente, pensaremos en la división como en una multiplicación en la que conocemos uno de los factores y el resultado, y deseamos encontrar el otro factor. Asimismo, en ocasiones recurriremos al tanteo, aunque ahora descomponiendo en grupos de manera manual, lo que hace que el proceso sea más natural.

Ejemplos

- Efectuar la división $156 \div 12$.

Solución:

Buscamos un número que al multiplicarlo por 12, nos dé como resultado 156. Entonces colocamos 156 en el tablero como resultado de una multiplicación, es decir, en la diagonal y 12 fuera del tablero:

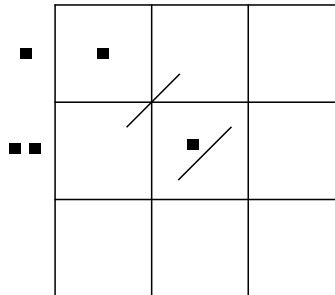


FIGURA 26. El resultado de la división estará colocado fuera del tablero, horizontalmente.

Puesto que en la primera casilla hay un punto, fuera del tablero, sobre la primera columna, colocamos un punto, con lo cual, en dicha casilla veremos la figura de la izquierda, tantas veces como indica la de arriba. Cambiamos la raya del siguiente nivel por cinco puntos y repartimos dos en la casilla abajo del punto y tres en la de la derecha de él.

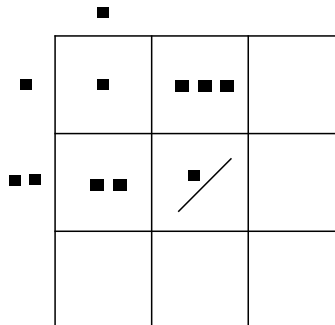


FIGURA 27. La casilla central de la primera columna, queda completa.

Como en la casilla superior de la segunda columna hay tres puntos, sobre la segunda columna debemos colocar tres puntos. Por otra parte, la raya se cambia por 5 puntos.

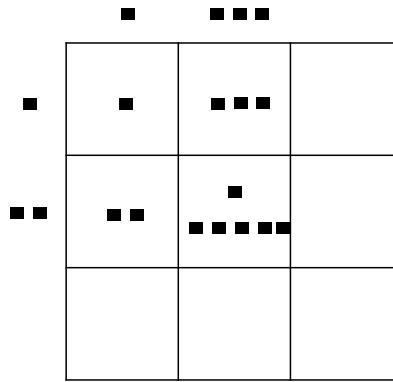


FIGURA 28. Debemos revisar que la multiplicación esté correcta en todas las casillas.

Observamos que la operación está completa.

Entonces $156 \div 12 = 13$.

- Efectuar la división $260 \div 5$.

Solución:

Colocamos los números en el tablero:

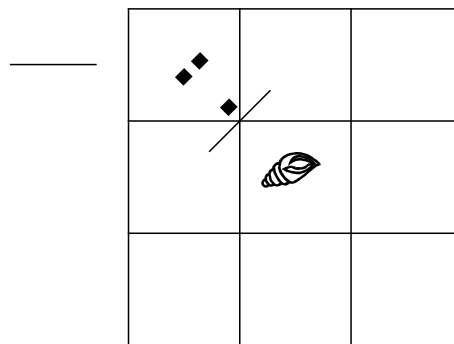


FIGURA 29. El dividendo se coloca dentro del tablero, como el resultado de una multiplicación.

El número que se encuentra fuera del tablero sólo tiene unidades, entonces recorreremos lo que hay en la diagonal a la casilla de arriba, manteniendo su nivel.

Puesto que en la primera casilla hay dos puntos y afuera hay una raya, colocamos un caracol sobre la primera columna:

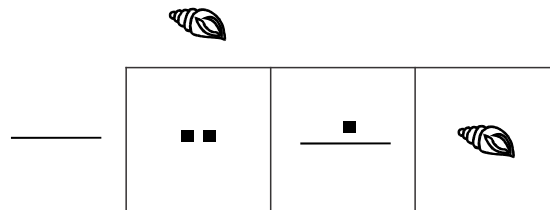


FIGURA 30. Para que la operación esté correcta, en la primera casilla debe haber un caracol.

Quitamos los dos puntos y ponemos cuatro rayas, dos por cada punto. En el nivel inferior colocamos un caracol en la casilla que queda vacía.

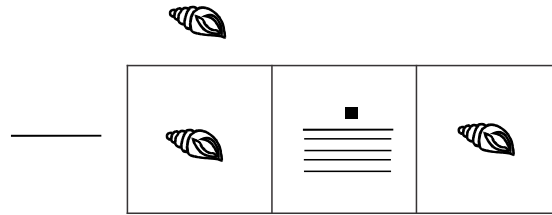


FIGURA 31. El caracol del resultado es un cero a la izquierda.

Colocamos una raya sobre la segunda columna, quitamos el punto que queda y colocamos dos rayas en el nivel inferior.

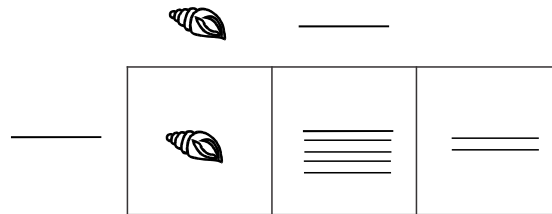


FIGURA32. Quitamos el caracol en la tercera columna, pues ya no hace falta.

Por último, colocamos dos puntos sobre la tercera columna y observamos que la operación está completa.

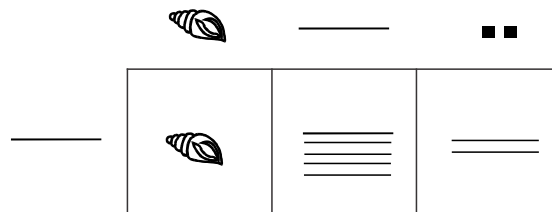


FIGURA 33. Leemos el resultado de manera horizontal fuera del tablero.

Entonces $260 \div 5 = 52$.

VI. LA RAÍZ CUADRADA

La raíz cuadrada, que de la manera tradicional tiene un algoritmo complicado y difícil de recordar, surge naturalmente con este método, basta con pensarla como una multiplicación de la cual conocemos el resultado y queremos encontrar los dos factores, que deben ser iguales. La simetría, como veremos, juega un papel importante en esta operación.

Ejemplo

- Encontrar la raíz cuadrada de 961.

Solución:

Colocamos los números en el tablero como resultado de una multiplicación.

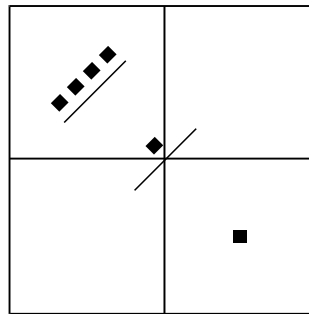


FIGURA 34. Ambos factores deben ser iguales.

En la primera casilla cambiamos la raya por cinco puntos para colocar una figura que vista el mismo número de veces que ella indica, sea lo más parecido posible a 9:

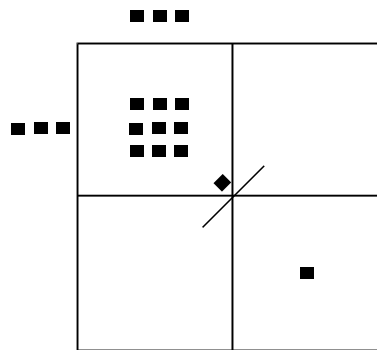


FIGURA 35. En la primera casilla tenemos tres veces tres, por lo que no hacemos cambios.

Cambiamos por puntos la raya que está en el cruce y repartimos simétricamente sin cambiar de nivel.

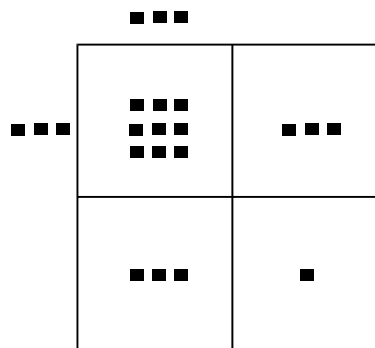


FIGURA 36. Debemos encontrar la cifra de las unidades del resultado.

Puesto que fuera del tablero hay tres puntos sobre la primera columna, entonces sobre la segunda columna y a la izquierda del primer renglón, debemos colocar un punto.

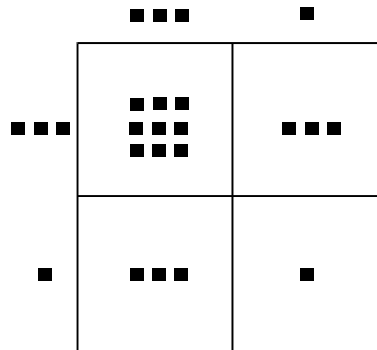


FIGURA 37. Verificamos que la multiplicación está completa

Entonces la raíz cuadrada de 961 es 31.

VI. CONCLUSIONES

La aplicación de este método manual y visual permite la mecanización y favorece el proceso de abstracción. Utilizado en niños que presentan problemas con la memorización permite a estos realizar las operaciones aritméticas, favoreciendo la autoestima.

REFERENCIAS

- Abel, G. (1969). *Exploration of the Universe*. Nueva York: Holt Rinehart and Winston.
- Calderón, H. M. (1966). *La ciencia matemática de los mayas*. México: Orión.
- Girard, R. (1966). *Los mayas*. México: Libromex Editores.
- Lam, E., Magaña, L. F. & de Oteyza, E. (2005). *Puntos, rayas y caracoles*. México: Litoral.
- Landa, D. (1973). *Relación de las Cosas de Yucatán*. México: Porrúa.
- Magaña, L. F. (1990). *Las matemáticas y los mayas*. *Revista Ciencias*, 19, pp. 19-26. México: Facultad de Ciencias, UNAM.
- Morley, S. G. (1972). *La civilización maya*. México: Fondo de Cultura Económica.