



Analogias, imagens e modelos como recursos didáticos no ensino da geometria plana

A Maciel, C. G. M., Ramos, I. J., Nagem, L.T., I., Oliveira, E. F.
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

ARTICLE INFO

Received: January 9, 2017
Accepted: February 8, 2017
Available on-line: May 1, 2017

Keywords: Analogies, images and models; Theory of van Hiele and plane geometry teaching.

E-mail addresses:
nubialeao2@gmail.com,
josefinabk@gmail.com

ISSN 2007-9842

© 2013 Institute of Science Education.
All rights reserved

ABSTRACT

This paper seeks to determine whether the use of analogies, images and models as teaching resources in teaching can promote the learning of plane geometry. He asked whether the geometry can assist in the development of mathematical reasoning, it is possible to make attractive their teaching and what teaching resources that can benefit to motivate the interest of students. For these questions, the research followed with a methodological approach for sustained action research in mathematics education theory van Hiele. The subjects were students of the 8th grade of elementary school (E. F.) who participated in the instructional sequence called Mathematics Teaching with Analogies, images and models (EMAIM) in which he used the Methodology of Teaching with Analogies (MECA). The survey results indicate that the use of analogies, images and models as teaching resources stimulate and encourage the participation of students in their knowledge construction process.

Este trabalho procura verificar se o uso de analogias, imagens e modelos como recursos didáticos no ensino podem favorecer a aprendizagem da geometria plana. Indagou-se se a geometria pode auxiliar o desenvolvimento do raciocínio matemático, se é possível tornar atrativo seu ensino e quais recursos didáticos que podem beneficiar no sentido de motivar o interesse de estudantes. Por essas indagações, a investigação seguiu com uma abordagem metodológica de pesquisa-ação sustentada na Teoria de Educação Matemática de van Hiele. Os sujeitos da pesquisa foram estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental (E.F.) que participaram da sequência didática denominada Ensino da Matemática com Analogias, Imagens e Modelos (EMAIM) na qual se utilizou a Metodologia de Ensino com Analogias (MECA). Os resultados da pesquisa sinalizam que o uso de analogias, imagens e modelos como recursos didáticos estimulam e favorecem a participação dos estudantes em seu processo de construção do conhecimento. Palavras chaves: Analogias, imagens e modelos; Teoria de van Hiele e Ensino de geometria plana.

I. INTRODUCCIÓN

Nos últimos anos, percebemos que, além da álgebra, a geometria é um conteúdo que estudantes dos ciclos finais do ensino fundamental também apresentam dificuldades de compreensão. Conforme as experiências relatadas por professores de matemática, o conteúdo trabalhado no ensino fundamental é basicamente focado na aritmética e na álgebra, deixando a geometria em segundo plano, fator que pode desmotivar o interesse e a aprendizagem da geometria.

No intuito de auxiliar o processo de ensino e de aprendizagem da geometria, surgiram algumas indagações:

1. Como o ensino da geometria plana pode se tornar mais atrativo para os estudantes?
2. Quais recursos didáticos podem motivar o interesse dos estudantes pela geometria plana e auxiliar a sua aprendizagem?

Para responder essas questões, começamos a indagar se as analogias e os modelos poderiam ser usados como recursos didáticos no ensino da geometria. E se poderiam favorecer na aprendizagem e conseqüentemente melhorar o desempenho dos estudantes em geometria. Por esse motivo, resolvemos investigar se o uso das analogias e dos modelos como recursos didáticos no ensino da geometria plana levariam a uma melhor compreensão e assimilação desse conteúdo. Para tanto, fizemos uma revisão da literatura sobre o tema e além das analogias e modelos, identificamos as imagens como outro possível recurso didático que poderia favorecer o processo do ensino e da aprendizagem. Diante do exposto, essa pesquisa tem como objetivo geral contribuir com o processo de ensino e de aprendizagem no sentido de favorecer a aprendizagem com o uso das analogias, imagens e modelos como recursos didáticos no ensino da geometria plana. Com os achados da revisão da literatura fundamentamos nossa pesquisa. Optamos pela Teoria da Educação Matemática de van Hiele (1986) - *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. Esta teoria institui os níveis de maturidade do pensamento geométrico, o que nos permitiu estabelecer parâmetros para análise dos dados obtidos em nosso estudo. Analogias e imagens, de Lyn English e de Alexander, White & Daugherty (1997) - *Mathematical Reasoning: Analogies, Metaphors and Images* - e modelos, de Richard K. Coll (2006) - *Metaphor and Analogy in Science Education*, foram nossas referências sobre os conceitos das analogias, imagens e modelos. E a Metodologia de Ensino Com Analogias (MECA) de Nagem, Carvalhaes & Dias, 2001 (*Uma Proposta de Metodologia de Ensino com Analogias*), por ser um modelo educacional que utiliza as analogias como recursos didáticos. Com essa fundamentação procuramos especificamente averiguar se a Teoria da Educação Matemática de van Hiele auxiliaria o processo de ensino e de aprendizagem da geometria plana e verificar se as analogias, imagens e modelos, por meio do método de ensino com analogia - MECA - poderia potencializar o nível de pensamento matemático/geométrico de estudantes do ensino fundamental.

A pesquisa foi realizada com estudantes de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal de Belo Horizonte, Minas Gerais, em que os quadriláteros foram o objeto de estudo da geometria plana. Os participantes da pesquisa apresentavam desinteresse e dificuldades na aprendizagem matemática, em especial geometria plana, conforme observações dos professores titulares e registros escolares. Para desenvolver nossa pesquisa, seguimos a metodologia da pesquisa-ação educacional. Esta metodologia, uni a prática pedagógica com a pesquisa científica, o que possibilita o pesquisador dialogar diretamente com os participantes na tentativa de analisar o envolvimento e o desempenho de cada um com o objeto de estudo. Portanto, sendo assim uma pesquisa com abordagem qualitativa.

II. REFERENCIAL TEÓRICO

ANALOGIAS, IMAGENS E MODELOS

Para Davis & Maher (1997), uma das estratégias que pode ser usada para introduzir uma nova ideia é a utilização de recursos didáticos que incluem analogias, metáforas, imagens ou modelos, que os autores denominam de “ferramentas para pensar”. De acordo com English (1997), o conhecimento é alcançado por meio de correspondência ou processo de mapeamento que implicam encontrar as correlações entre dois sistemas, ou seja, raciocinar por analogia. Entende que o uso das analogias é eficiente para ajudar a resolver problemas do cotidiano, na tomada de decisões, na abordagem em questões religiosas ou filosóficas, em teorias científicas ou matemáticas. De acordo com a autora, as analogias no ensino da matemática podem favorecer o processo de ensino e de aprendizagem, bem como as imagens e modelos.

Com relação às imagens, English (1997), descreve sua importância no ensino da matemática, pois, são usadas também na geometria plana para estimular o raciocínio visual e analítico da disciplina. A apresentação das figuras geométricas, por meio de desenhos ou modelos, pode permitir que o estudante internalize a figura geométrica dada. Os conceitos, definições ou propriedades podem ser entendidos e assimilados com o desenvolvimento do raciocínio

geométrico, por meio do raciocínio visual, tanto por meio da imagem quanto por meio do modelo. Segundo Coll (2006), para que os estudantes visualizem as conexões entre o novo conceito e o conhecido, o uso de modelos ou modelagem pode auxiliar.

Os professores podem explicar aspectos relevantes desse novo conceito sem se deter em detalhes, concentrando-se, assim, nas características importantes desse alvo. Conforme Coll (2006), modelos analógicos podem ser físico ou conceitual/simbólico, e são modelos que possuem um ou mais atributos do alvo e podem ser estáticos ou dinâmicos.

Coll explica que um modelo necessariamente não exclui o outro, um modelo matemático pode ser também um modelo teórico, um modelo analógico ou modelo físico. Para exemplificar, Coll faz a inter-relação entre modelos, os modelos físicos, como figuras geométricas, podem ser também modelos teóricos, pois, envolvem teoremas geométricos e modelos analógicos, visto que possuem atributos referentes aos teoremas e definições matemáticas.

TEORIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A Teoria da Educação Matemática foi desenvolvida por Dina van Hiele Geldof e Pierre Marie van Hiele em 1957. Desenvolveram o modelo de ensino baseado no nível de maturidade do pensamento geométrico, chamado de Modelo de van Hiele.

NÍVEIS DE MATURIDADE DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO

O modelo de van Hiele descreve os cinco níveis de maturidade do pensamento: primeiro nível - nível visual, segundo nível - nível descritivo, terceiro nível - nível teórico, quarto nível - nível dedutivo e quinto nível - nível rigor. Para se atingir o nível mais alto, os níveis iniciais devem ser vencidos. Como professor de matemática, van Hiele (1986) usou a geometria como base para desenvolver a Teoria da Educação Matemática. Dessa forma, os níveis descritos são referentes ao tema geometria, denominados por van Hiele como sendo os cinco níveis de maturidade do pensamento geométrico. Primeiro nível - nível visual: Refere-se ao reconhecimento das figuras geométricas observadas em objetos do dia a dia ou em suas imagens e à capacidade de nomear as formas geométricas observadas. E, nesse contexto, o nível visual tem como fundamento principal o símbolo. Além do símbolo, existe a linguagem, cujo uso é limitado à identificação das imagens observadas. Segundo nível - nível descritivo: No segundo nível, pressupõe-se que o estudante seja capaz de reconhecer e distinguir com clareza as classes das figuras geométricas, por meio das características percebidas, não sendo capaz de discernir quantas propriedades são suficientes para descrever a forma geométrica. E as relações entre elas não devem ser explicadas. Terceiro nível - nível teórico: Esse nível se refere à capacidade do estudante definir as formas geométricas, estabelecer inter-relações das propriedades de uma figura e reconhecer sua classe, mas não compreendem o significado de um sistema de dedução. O estudante é capaz de definir as formas geométricas e comparar suas propriedades. Quarto nível - nível dedutivo: Nesse nível o estudante possui uma maturidade que permite a construção de conceitos geométricos e não apenas a memorização. As inter-relações entre axiomas, postulados, definições, teoremas e provas são entendidas. Forma-se um sistema de deduções. Quinto nível - nível rigor: Nesse estágio da aprendizagem pode-se trabalhar com as variedades do sistema axiomático, a geometria não euclidiana pode ser estudada e diferentes sistemas podem ser comparados. Geometria é vista na abstração.

FASES DA APRENDIZAGEM

Van Hiele (1986) declara que o progresso através dos níveis depende mais da orientação que recebem do que da idade ou da maturidade dos estudantes. O autor descreve cinco fases da aprendizagem que considera em seu modelo.

Fase 1 - Informação: Essa é a fase inicial em que o professor, por meio de um diálogo com os estudantes ou uma atividade sobre os objetos de estudo, procura descobrir em qual nível de maturidade de pensamento cada um se encontra.

Fase 2 - Orientação Dirigida: Os estudantes exploram o tema de estudo com o uso de materiais que o professor organizou. Essas atividades devem revelar gradualmente para os estudantes as estruturas características desse nível.

Fase 3 - Explicação: Os estudantes expressam seus pontos de vista emergentes sobre as estruturas que têm sido observadas. Um estudante ajuda o outro com a utilização de linguagem apropriada. A participação do professor é mínima.

Fase 4 - Orientação Livre: Os estudantes encontram tarefas mais complexas que podem ser concluídas de diversas maneiras.

Fase 5 - Integração: Os estudantes devem rever e resumir o que eles aprenderam, com o objetivo de formar uma visão geral da nova rede de objetos e relações. O professor pode ajudar nessa síntese. É importante que nessa síntese o estudante não acrescente novas informações.

METODOLOGIA DE ENSINO COM ANALOGIAS – MECA

A Metodologia de Ensino com Analogias é um modelo educacional de apoio aos professores que emprega o uso de analogias como ferramenta de ensino, como descrevem seus autores Nagem, Carvalhaes & Dias (2001). O objetivo dessa metodologia é fornecer diretrizes para o ensino de conceitos abstratos, por meio de um modelo educacional que utiliza as analogias. Visa auxiliar o professor e o estudante no processo de construção do conhecimento na aprendizagem interativa, objetivando a apropriação de conteúdos e conceitos significativos, por meio da analogia.

Alguns autores se referem à analogia como base, porém, Nagem, Carvalhaes & Dias (2001) utilizam ao invés de base o termo veículo para se referirem a analogia e alvo para o objeto de estudo. Sendo assim, usaremos também os termos veículo e alvo, quando nos referirmos à analogia e a geometria plana. É preciso destacar que a sequência é importante na metodologia: definir a área de conhecimento, o assunto, o público envolvido, a analogia que será o veículo para se atingir o alvo, a descrição da analogia. A descrição da analogia é feita por meio do quadro de estrutura comparativo de semelhanças e diferenças - MECA, em que se registram as semelhanças e as diferenças entre veículo e alvo. Após a construção, faz-se uma reflexão sobre o quadro e, verifica-se a assimilação do alvo por meio de uma avaliação qualitativa.

III. METODOLOGIA

E, para realizar a investigação, usamos os seguintes procedimentos: uma avaliação diagnóstica e sua análise; uma sequência didática com encontros elaborados a partir da análise da avaliação diagnóstica; análise da sequência didática; um teste de verificação da aprendizagem e sua análise e bem como, uma análise comparativa entre a avaliação diagnóstica e o teste de verificação da aprendizagem. Os procedimentos usados basearam-se nas cinco fases da aprendizagem indicadas na Teoria de Educação Matemática de van Hiele (1986). Informação, Orientação Dirigida, Explicação, Orientação Livre e Integração. Obtivemos a informação sobre o nível de maturidade do pensamento geométrico de cada estudante, aplicando uma avaliação diagnóstica. Após a avaliação diagnóstica, aplicamos a sequência didática estruturada na orientação dirigida, na explicação, na orientação livre e na integração. Após a sequência didática, aplicamos um teste de verificação da aprendizagem.

III.1 Avaliação diagnóstica

As questões da avaliação foram baseadas nos níveis visual, descritivo e teórico do Modelo de van Hiele (1986), no intuito de descobrir em qual nível de maturidade do pensamento geométrico cada estudante se encontra. Os enunciados eram compatíveis com os PCN dos quatro ciclos do ensino fundamental. A avaliação diagnóstica foi constituída de 13 questões categorizadas da seguinte forma: quatro questões referentes ao nível visual; cinco questões referentes ao nível descritivo e quatro questões referentes ao nível teórico. Referimo-nos, conforme a fundamentação teórica, ao nível visual como N1, ao nível descritivo como N2, ao nível teórico como N3, ao período de transição do N1 para o N2 como P1 e ao período de transição do N2 para o N3 como P2. Para a identificação do nível do pensamento geométrico dos estudantes, usamos os seguintes critérios:

- N1 se o estudante foi capaz de resolver, de acordo com a linguagem matemática, todas as quatro questões.
- P1 se o estudante foi capaz de solucionar as quatro questões do N1 e entre duas ou três questões do N2.
- N2 se o estudante conseguiu responder, conforme a organização de elementos matemáticos, além das quatro questões do N1, o mínimo de quatro questões do N2;
- P2 se o estudante foi capaz de solucionar todas as questões do N1 e N2 e duas questões do N3.
- N3 se o estudante conseguiu resolver todas as questões do N1 e N2 e no mínimo três das quatro questões do N3.

III.2 Sequência didática

A sequência didática foi denominada como Ensino de Matemática por meio de Analogias, Imagens e Modelos - EMAIM.

O EMAIM tem como proposta usar analogias, imagens e modelos como recursos didáticos que auxiliam no processo de ensino e de aprendizagem da matemática.

Observando as fases da aprendizagem do Modelo de van Hiele (1986), desenvolvemos o EMAIM em oito encontros:

- No primeiro encontro, por meio de orientação dirigida, foram expostas imagens de objetos ressaltando suas formas e comparando-as com formas geométricas.
- No segundo, o quadro comparativo da MECA foi construído por meio das semelhanças e diferenças encontradas entre as formas geométricas e as imagens dos objetos, com foco na explicação.
- Nos quatro encontros seguintes, foram mostradas formas geométricas e, por meio da MECA, as definições, as propriedades e suas inter-relações foram sendo estabelecidas, com foco na explicação.
- No penúltimo encontro foi aplicada uma atividade sobre as definições, as propriedades dos quadriláteros e suas inter-relações, na forma de uma orientação livre.
- No último encontro discutiu-se a correção da atividade aplicada no módulo anterior, procurando sanar as dúvidas surgidas durante os encontros e as atividades, com foco na integração. Durante as atividades desenvolvidas nos encontros, os registros das opiniões, das indagações, dos comportamentos, das atitudes dos estudantes foram feitos para a análise do EMAIM. Portanto, foram realizadas análises: conceituais e atitudinal dos estudantes ao longo do processo.

III.3 Teste de verificação da aprendizagem

Após aproximadamente trinta dias do término da sequência didática, um teste foi aplicado aos estudantes. O propósito desse intervalo de tempo foi para verificar se ocorreu a consolidação da aprendizagem e não somente a memorização dos conceitos trabalhados. O teste de verificação da aprendizagem foi elaborado com o mesmo procedimento da avaliação diagnóstica. O teste continha sete questões que foram categorizadas da seguinte forma: três questões no N1;

duas questões no N2, subdivididas em doze itens, e duas questões no N3, também com doze itens. Procuramos explorar em cada uma delas as capacidades que envolvessem todos os elementos de cada nível de pensamento geométrico.

Classificamos os estudantes de acordo com os seguintes critérios:

- No N1, o estudante que resolveu, de acordo com a linguagem geométrica, as três questões.
- No P1, o estudante que resolveu todas as questões do N1 e também entre sete e oito dos doze itens do N2.
- No N2, o estudante que solucionou, conforme a linguagem matemática, todas do N1 e no mínimo nove itens referentes ao nível descritivo.
- No P2, o estudante que resolveu todas as questões do N1 e N2 e entre sete e oito dos doze itens das questões do N3.
- No N3, caso tenha solucionado, conforme a linguagem geométrica, todas as questões do N1 e N2 e no mínimo nove dos doze.

III.4 Análise comparativa

A análise comparativa entre a avaliação diagnóstica e o teste de verificação da aprendizagem teve como objetivo averiguar se houve uma evolução no nível de maturidade do pensamento geométrico dos estudantes. Para isso, os resultados da avaliação e do teste foram comparados, o que permitiu observar se ocorreu, ou não, mudança de nível.

IV. RESULTADOS

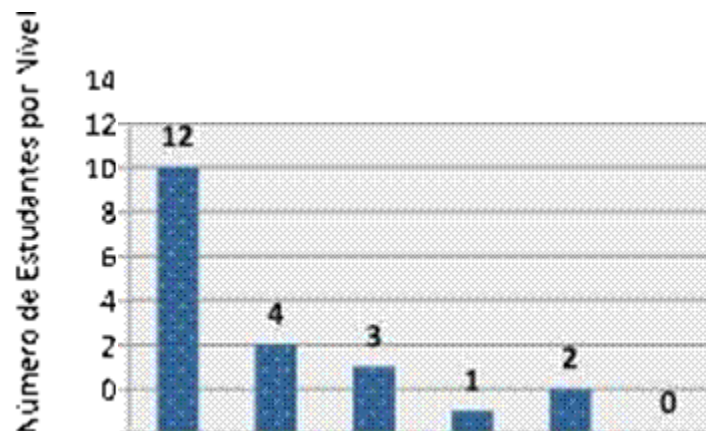
Apresentaremos os resultados de 22 estudantes de uma turma do 8o do ensino fundamental, de uma escola municipal de Belo Horizonte - MG.

IV.1 Avaliação diagnóstica

Preparamos uma avaliação diagnóstica com 13 questões, com foco na primeira fase da aprendizagem do modelo de van Hiele, a informação. A avaliação diagnóstica teve como objeto os quadriláteros, subdividida da seguinte forma: Quatro questões do N1 relacionadas à capacidade de identificação dos quadriláteros por meio de imagens ou modelos e de nomeá-los conforme a linguagem matemática. Cinco questões do N2 direcionadas ao reconhecimento dos quadriláteros, por meio de sua descrição. Quatro questões do N3 elaboradas para verificar se o estudante era capaz de definir os quadriláteros e inter-relacionar suas propriedades. O resultado da turma, que será identificada como 8A, nos mostrou que 12 dos 22 estudantes, ou seja, 54,5%, não conseguiram atingir o N1. Esses estudantes não foram capazes de identificar os quadrângulos e consideravam todas as figuras quadriláteras como quadradas. Nesse caso, o raciocínio geométrico desses estudantes, que se encontram no 4o ciclo, ficou abaixo do esperado para o 1o ciclo, pois, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (1997), um estudante do 1o ciclo, ou seja, dos dois ou três primeiros anos do ensino fundamental, deve perceber semelhanças e diferenças entre figuras tridimensionais e bidimensionais, como entre cubos e quadrados, paralelepípedos e retângulos, pirâmides e triângulos, esferas e círculos. Esses 12 estudantes não apresentaram capacidade de reconhecimento das figuras bidimensionais (os quadriláteros) e não foram capazes de estabelecer relações geométricas de objetos do dia a dia (formas tridimensionais) com as formas quadriláteras e quadrangulares. Conforme o resultado, as estruturas quadriláteras não se consolidaram na fase adequada da aprendizagem. 4 dos 22 estudantes atingiram o N1, esses conseguiram relacionar objetos tridimensionais com formas planas e reconhecer as formas quadriláteras. Além de identificar visualmente as estruturas quadriláteras que se encontravam consolidadas. Porém, o nível do pensamento geométrico não está de acordo com o grau de estudo apresentado. Assim esses estudantes apresentam nível equivalente ao do 2o ciclo, conforme os PCN (1997). Os 4 estudantes não apresentaram habilidades além das do 2o ciclo. 3 estudantes de 22 da turma 8A foram classificados no P1, porque demonstraram capacidade de descrever características de alguns quadriláteros. O nível de pensamento

geométrico desses estudantes apresentou-se um pouco mais avançado, visto que recorreram com menos frequência às imagens e foram capazes de identificar algumas formas por meio de suas descrições. Sendo assim, o estudante no período de transição 1 está demonstrando uma evolução no conhecimento do 2o para o 3o ciclo do ensino fundamental como sinalizado pelos PCN (1998). Um estudante, dentre os 22 da turma, foi identificado no N2. Esse foi capaz de descrever as formas quadriláteras, não apresentando dificuldade na descrição dos vários tipos, conseguiu perceber as relações geométricas indicadas no PCN. Portanto, o estudante identificado no N2 apresentou habilidades referentes ao 3o ciclo. Dois estudantes atingiram o P2, pois, foram capazes de relacionar, parcialmente, as propriedades dos vários tipos de quadriláteros, mas não conseguiram defini-los por meio de suas propriedades. Um deles foi capaz de reconhecer que um quadrado é um retângulo, porém, não reconhece que o quadrado é também um losango com todos os ângulos retos. Contudo, os dois estudantes apresentaram algumas habilidades inerentes ao 4o ciclo, de acordo com os PCN (1997). Nenhum estudante conseguiu atingir o N3, visto que nenhum apresentou capacidade de definir os tipos de quadriláteros ou enumerar/relacionar suas propriedades.

Em síntese, o resultado da turma 8A revelou que dos 22 estudantes, 12 estão no NAN1, 4 no N1, 3 no P1, 1 no N2 e 2 no P2. Assim, esse resultado demonstra que a maior parte dos estudantes passou pelas fases iniciais do estudo de geometria sem conseguir amadurecer seu nível de pensamento. Entendemos que a construção das estruturas simbólica e linguística não ocorreu nas etapas iniciais da educação fundamental, prejudicando a aprendizagem da geometria plana. Conforme Oliveira (2005, p. 25), *a linguagem é a mediadora de toda a percepção humana*, portanto, se a linguagem geométrica não está desenvolvida, possivelmente o nível de maturidade do pensamento geométrico também não estará evoluído. O gráfico a seguir mostra o resultado da avaliação diagnóstica.



Níveis de Maturidade do Pensamento Geométrico

FIGURA 1. Resultados da avaliação diagnóstica da turma 8A

Entendemos que 19 dos 22 estudantes apresentaram os pensamentos geométricos recortados como uma "colcha de retalhos" de conceitos quadriláteros. O resultado da avaliação diagnóstica mostrou que a maioria dos estudantes não apresentou as capacidades e habilidades necessárias para o ano de estudo em que se encontram. Esse resultado apontou a necessidade de se reintroduzir todo o conteúdo dos quadriláteros na sequência didática.

IV.2 Sequência didática

A sequência didática, intitulada Ensino da Matemática por meio de Analogias, Imagens e Modelos - EMAIM, foi desenvolvida em oito encontros de uma hora cada um. O conteúdo de geometria trabalhado no EMAIM foi os

quadriláteros. A sequência didática foi baseada em analogias, imagens e modelos e estruturada nas fases da aprendizagem do modelo de van Hiele (1986). Usamos imagens de objetos do dia a dia e imagens de figuras geométricas quadriláteras como modelos e procuramos estimular as observações para que as relações analógicas fossem levantadas. Empregando a Metodologia de Ensino com Analogias - MECA -, utilizamos o quadro de estrutura comparativo de semelhanças e diferenças entre veículo e alvo. No primeiro encontro, apresentamos imagens de objetos do dia a dia nas formas de quadrado e de retângulo. Essas imagens permitiram que as estruturas quadriláteras e quadrangulares pudessem ser identificadas pela maioria dos estudantes. O propósito dessas imagens foi reportar-se às estruturas consideradas conhecidas para que assim, por similaridade, associassem às estruturas geométricas desconhecidas. A exposição das imagens dos quadriláteros possibilitou as discussões sobre as semelhanças e diferenças dessas formas pela maioria dos estudantes. Com a análise das atitudes dos estudantes percebemos que, apesar da defasagem conceitual apresentada na avaliação diagnóstica, fato que poderia desmotivar a participação dos estudantes, notamos um progressivo interesse quando associavam as imagens com as formas geométricas percebidas.

Assim, entendemos que as imagens estimularam a busca de relações analógicas, o que pode ter propiciado uma melhora na autoestima de boa parte dos estudantes, visto que ao mesmo tempo em que perguntavam, respondiam adequadamente a própria pergunta, mostrando entusiasmo e interesse. Portanto, no primeiro encontro, a orientação dirigida permitiu que a segunda fase da aprendizagem do modelo de van Hiele (1986), explicação, fosse estimulada.

Observamos que, por meio da visualização, a maioria dos estudantes demonstrou entendimento dos conceitos quadriláteros, pois, interagiam com a apresentação de novas imagens e modelos, identificando as formas geométricas com facilidade. O propósito desse encontro foi estimular visualmente os estudantes de forma que pudessem atingir o nível visual (N1), pois, assim, poderiam construir novas estruturas possibilitando uma evolução para o nível descritivo (N2). No segundo encontro, utilizamos o quadro de estrutura comparativo de semelhanças e diferenças da MECA. Foram apresentadas imagens de um quarteirão e de um quadrilátero qualquer, incitando a compreensão do conceito geométrico, por meio das semelhanças e diferenças encontradas entre elas. Por isso, a primeira imagem serviu como veículo e a segunda imagem como o alvo, com o propósito de estimular o raciocínio analógico para que a estrutura quadrilátera fosse apreendida. Os comentários, no decorrer da construção do quadro comparativo, demonstraram que alguns conceitos geométricos foram assimilados. Idéias e considerações sobre elementos geométricos, como vértices e lados surgiram espontaneamente, indicando que o raciocínio analógico pode ter promovido o entendimento. Como exemplo do raciocínio analógico apresentado nesse encontro, uma semelhança citada foi à esquina entre duas ruas comparada a um vértice formado por dois lados. Ou ainda, o quarteirão é formado por quatro ruas enquanto o quadrilátero é formado por quatro lados. No terceiro encontro relacionamos a imagem de um vaso de plantas, cujas laterais tinham a forma trapezoidal, a uma imagem de um trapézio. Comparando as duas imagens, as semelhanças e diferenças foram destacadas, o que permitiu a construção um novo quadro de estrutura comparativo, em que foi possível construir a definição e encontrar as propriedades do trapézio. Alguns estudantes da turma 8A observaram com facilidade as semelhanças e diferenças, conforme pudemos perceber em alguns comentários.

E8A9: - “Fessora” todos dois tem quatro lados e quatro pontos (vértices).

E8A18: - Tem um lado maior e um (lado) menor.

E8A13: - Esses dois lados são retos. São paralelos.

Esse encontro baseou-se nos níveis: visual (N1) com a apresentação das imagens, descritivo (N2) com as semelhanças e diferenças entre as figuras e teórico (N3), quando se apresentou conceitos geométricos como paralelismo, angulação ou distância entre os vértices - lados e diagonais.

No quarto encontro, começamos com o slide deixado no encontro anterior com a imagem do quadrilátero e do trapézio, em que questionava qual seria quadrilátero e qual seria o trapézio. Quatro estudantes disseram que as duas formas eram quadriláteras. Essa observação foi importante para demonstrar que entenderam o conceito de quadrilátero. Logo após esse momento, figuras geométricas de um trapézio e um paralelogramo oblíquo foram comparadas. Nesse instante, mais estudantes afirmaram que eram quadriláteras as duas formas. Encontramos, no início da atividade, a definição do

trapézio, mas não explicitamos que era uma definição. Mas, mesmo assim, foi possível usar o trapézio como veículo e o paralelogramo como alvo. A construção do quadro de estrutura comparativo se deu por relações geométricas analógicas, encontradas entre as figuras quadriláteras, o que possibilitou a descoberta das definições, das propriedades e suas inter-relações, mas sem explicitar o que seriam as definições ou as propriedades. No quinto encontro, fizemos um estudo das relações geométricas analógicas entre o paralelogramo, que se tomou o veículo e o retângulo, o alvo, com a construção de um novo quadro de estrutura comparativo da MECA. Essas relações geométricas entre os quadriláteros descreveram suas definições, suas propriedades e suas inter-relações, porém, nesse encontro enfatizamos as definições, trabalhando também no nível teórico (N3) formalmente.

Buscamos encontrar também relações geométricas analógicas entre quadriláteros, dessa vez, o retângulo como veículo e quadrado como o alvo. Foi construído um quadro de estrutura comparativo, por meio das semelhanças e diferenças observadas entre esses quadriláteros. As relações geométricas entre os quadriláteros descreveram suas definições, suas propriedades e suas inter-relações. Temos nesse encontro pontos importantes que se referem ao N3, nível teórico, como as definições dos paralelogramos especiais. No sexto encontro do EMAIM, apresentamos, por último, os paralelogramos: quadrado e losango, dos quais relações analógicas foram explicitadas pelos estudantes. Com o quadro de estrutura comparativo destacaram-se suas definições, propriedades e inter-relações. Com base nos vários comentários sobre os quadriláteros dos dias anteriores, três estudantes descreveram relações entre quadrado e losango, além do esperado, como lados opostos iguais (congruentes) e ângulos opostos iguais.

Sendo assim, percebemos que, de acordo com as fases da aprendizagem do modelo de van Hiele, a orientação dirigida favoreceu a explicação, ou seja, os estudantes expressaram seus pontos de vista sobre as estruturas quadriláteras observadas. Um estudante com seus comentários ajudou o outro por utilizar uma linguagem que favorecia a compreensão dos quadriláteros. Por isso, entendemos que dessa maneira o interesse e a participação da maioria foram aumentando progressivamente. Em síntese, na análise atitudinal, na medida em que as discussões ocorriam durante os encontros, observamos maior atenção e participação dos estudantes E, na análise conceitual, os estudantes demonstraram entendimento quando expressavam suas observações, análises e sínteses. No penúltimo encontro, uma orientação livre, ou seja, uma tarefa mais complexa foi aplicada, aos estudantes, na forma de uma atividade sobre os quadriláteros. Essa atividade tratava das semelhanças e diferenças das formas quadriláteras e as definições e propriedades dos tipos de quadriláteros, com a finalidade de reforçar as análises feitas durante os encontros anteriores.

A atividade foi realizada individualmente, porém, foram permitidas discussões entre os estudantes sobre as questões apresentadas. No último encontro, foi promovida a integração, última fase da aprendizagem, de acordo com o modelo de van Hiele. As atividades corrigidas foram devolvidas aos estudantes e, para esclarecimento de dúvidas, as resoluções das questões foram apresentadas e discutidas com a participação da maioria, sintetizando os conteúdos desenvolvidos no EMAIM. Os estudantes apresentaram um interesse nesse momento, pois, discutiam a correção da atividade. Acreditamos também que na medida em que as relações analógicas foram interiorizadas, a síntese dos conceitos quadriláteros pôde ser realizada com mais facilidade.

IV.3 Teste de verificação da aprendizagem e sua análise

Exporremos o resultado do teste de verificação da aprendizagem e sua análise.

Nessa etapa, o resultado da turma 8A mostrou uma evolução em relação à avaliação diagnóstica, o que nos apontou um progresso no nível de maturidade do pensamento geométrico dos estudantes. Dos 22 participantes dessa turma, três foram classificados no NAN1, um atingiu o N1, nove foram categorizados no P1, quatro estudantes foram identificados no N2, três estudantes no P2 e dois no N3. Durante os encontros percebemos uma participação crescente, com observações envolvendo descrições, definições e propriedades dos quadriláteros, inclusive algumas inter-relações. Acreditamos que a interação dos estudantes com o conteúdo de geometria se deu por meio das analogias feitas durante os encontros do EMAIM. Em resumo, dos 22 participantes da turma 8A, percebemos que:

- Na avaliação diagnóstica, 12 estudantes foram identificados em NAN1. Nessa etapa, após o EMAIM, três estudantes, ou seja, houve uma redução de 40,9% depois da sequência didática;

- 4 estudantes, na avaliação diagnóstica, se classificaram em NI. Após o EMAIM o número reduziu para um estudante, ou seja, ocorreu uma diminuição de 13,7% no índice do nível visual após o EMAIM;
- Na avaliação diagnóstica, 3 estudantes, ou seja, 13,6% foram identificados em PI, no entanto, após o EMAIM, 9 estudantes ou 40,9% da turma atingiu esse período, tendo, portanto, um aumento de 27,3%;
- 1 estudante foi identificado em N2, na avaliação diagnóstica. Após o EMAIM, 4 estudantes, mostrando um aumento de 13,6% do total da turma;
- resultado da avaliação diagnóstica mostrou que 2 estudantes se encontravam em P2. Após o EMAIM, 3 estudantes foram identificados nesse período, aumentando em 4,5% o número de estudante que atingiram P2.

Na avaliação diagnóstica, nenhum estudante atingiu o N3, mas após o EMAIM, 2 estudantes atingiram esse nível. Um aumento de 9,1% de estudantes identificados no nível teórico. O gráfico 2 mostra o resultado da avaliação diagnóstica antes do EMAIM e do teste de verificação da aprendizagem realizado após EMAIM da turma 8 A.

Comparação entre os Resultados da Avaliação Diagnóstica e do Teste de Verificação da Aprendizagem da Turma 8ª

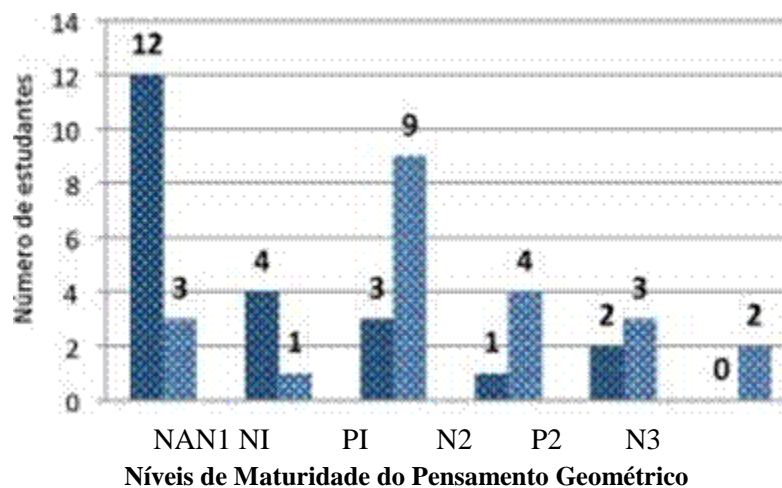


FIGURA 2. Comparação dos resultados da avaliação diagnóstica e o teste de verificação da aprendizagem. Observamos que, no geral, ocorreu progresso no nível de maturidade do pensamento geométrico em relação ao resultado da avaliação diagnóstica. Posteriormente, apresentaremos a análise da evolução do nível de pensamento geométrico dos estudantes separadamente.

IV. 4 ANÁLISE COMPARATIVA

A análise comparativa dos resultados da avaliação diagnóstica e do teste de verificação da aprendizagem, de acordo com nossa fundamentação teórica, nos reporta para uma melhoria geral da maturidade do pensamento geométrico dos estudantes. Analisamos e apuramos que 14 estudantes, ou seja, 63,4% avançaram de nível. O gráfico 3 mostra o resultado geral da maturidade do pensamento geométrico dos estudantes.

Dos 22 estudantes da turma 8A, 14 participantes avançaram o nível de pensamento geométrico. Temos:

- Dos 12 estudantes, que antes do EMAIM tinham sido classificados em NAN1, 9 progrediram. 1 avançou para NI, 5 para o PI e 3 para o N2, porém 3 permaneceram no mesmo nível.
- Os 4 estudantes que inicialmente se classificaram em NI, todos avançaram de nível, avançou para PI, 1 para N2, 1 para P2 e 1 para N3.
- Dos 3 estudantes que foram identificados no PI, todos permaneceram no mesmo período de transição.
- estudante identificado no N2 na avaliação diagnóstica, após a sequência didática, evoluiu para N3.
- 2 estudantes classificados em P2, na avaliação diagnóstica, permaneceram no mesmo período de transição.

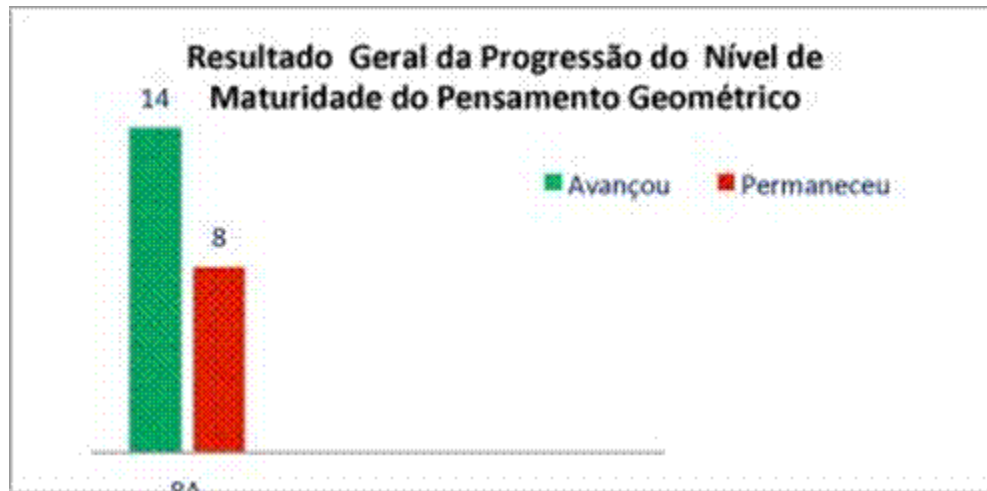


FIGURA 3. Resultado Geral da Progressão do Nível de Maturidade do Pensamento Geométrico

Observamos que os estudantes identificados, primeiramente, nos níveis iniciais de pensamento geométrico, foram os que mais progrediram. Os que apresentaram um grau de conhecimento maior, a maioria não evoluiu de nível. Acreditamos que como a sequência didática foi direcionada para o nível do pensamento geométrico da maioria dos estudantes, NAN1 e N1, pode ter sido um fator de influência nesse resultado. A tabela seguinte mostra detalhadamente a evolução do nível de maturidade do pensamento geométrico da turma 8A. Em síntese, o resultado final da turma 8A é:

- NAN1: 3 permaneceram no mesmo nível;
- N1: 1 progrediu de NAN 1;
- P1: 5 progrediram de NAN 1, 1 progrediu de N1 e 3 permaneceram no mesmo nível;
- N2: 3 progrediram de NAN1, 1 progrediu de N1;
- P2: 1 progrediu de N1 e 2 permaneceram no mesmo nível;
- N3: 1 progrediu de N1 e 1 progrediu de N2.

Acreditamos que esses estudantes progrediram de nível por terem passado pelas cinco fases, propostas por van Hiele, a interrogação ou informação, orientação dirigida, explicitação, orientação livre e integração. Pudemos preparar a programação do conteúdo conforme a necessidade da maioria dos estudantes. Isso foi possível a partir da avaliação diagnóstica. Dessa forma, a sequência didática retomou o conteúdo dos quadriláteros a partir do básico. Assim a sequência didática, baseada nas analogias, imagens e modelos incentivou a progressiva participação, os questionamentos, as constantes e espontâneas indagações, ajudando, dessa forma, a construção de novas estruturas mentais, permitindo a aprendizagem dos conceitos geométricos abordados. Por meio do teste de verificação da aprendizagem, observamos mudança de nível de maturidade do pensamento geométrico. Identificamos que a turma 8A desenvolveu de forma surpreendente, pois, o resultado do teste de verificação mostrou melhoria em torno de 63%. Os estudantes apresentavam um comportamento agitado, baixo índice de atenção e uma defasagem de conhecimento geométrico, o que poderia proporcionar um empecilho ao desenvolvimento do processo de ensino e de aprendizagem. Atribuímos que a participação, o diálogo entre o professor e os estudantes e entre os estudantes favoreceu a evolução da aprendizagem. Avaliamos, portanto, que a pesquisa foi relevante, visto que a maior parte dos estudantes demonstrou avanço em seu nível de maturidade do pensamento geométrico.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

De acordo com o resultado apresentado na avaliação diagnóstica, a maior parte dos estudantes chegou ao 8º ano do ensino fundamental sem reconhecer e nomear corretamente as figuras planas básicas. Esse resultado nos mostrou, de acordo com os PCN (1997), que não haviam superado fases iniciais de aprendizagem dos primeiros anos do ensino fundamental. Os pensamentos geométricos se apresentavam recortados como uma “colcha de retalhos” de conceitos quadriláteros, ou seja, com pensamentos incompletos. Talvez, por isso, por apresentarem esses pensamentos incompletos, notamos que, no início, os estudantes expunham suas dúvidas timidamente. No entanto, durante a aplicação do EMAIM, a participação se tomou bem mais ativa. Avaliamos que a participação foi crescente em virtude das analogias usadas, visto que elas estimularam a percepção das relações geométricas. O raciocínio analógico favoreceu o raciocínio matemático, pois, facilitou a associação ou as relações das imagens dos quadriláteros com seus conceitos abstratos e permitiu o reconhecimento dos modelos geométricos. Entendemos que, desse modo, os pensamentos geométricos dos estudantes se reconstruíram e se reestruturaram. Observamos, portanto que, os pontos atitudinais positivos dessa pesquisa foram: o diálogo entre o professor e os estudantes, o diálogo entre eles e a crescente participação da maioria dos estudantes.

Os pontos conceituais positivos foram: o uso das imagens, pois, entendemos que essas incentivaram as observações das formas geométricas, facilitando a análise das analogias e a assimilação dos modelos pela maioria dos estudantes; o uso dos quadros de estrutura comparativo de semelhanças e diferenças da Metodologia de Ensino com Analogias - MECA pois, a construção de novas estruturas mentais foi facilitada e a Teoria da Educação Matemática de van Hiele aplicada em todo o processo, avaliação diagnóstica, sequência didática e teste de verificação da aprendizagem. Contudo, temos algumas ressalvas: durante o EMAIM, o registro das discussões não foi adequado devido à dinâmica dos encontros, por isso, seria necessário um apoio nesse sentido; o conteúdo ideal, conforme PCN (1997), não foi atingido, devido a defasagem inicial dos estudantes. Apesar das dificuldades, acreditamos que as analogias, imagens e modelos possam ser usados como bons recursos didáticos. Por isso, sugerimos que o processo seja utilizado desde os anos iniciais do ensino fundamental. Consideramos, portanto, que a pesquisa foi relevante e o resultado final foi importante para novos trabalhos.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET-MG, ao Grupo de Pesquisa em Metáforas e Modelos e Analogias na Tecnologia na Educação e na Ciência - AMTEC e ao Grupo de Estudos em Metáforas e Analogias na Tecnologia, na Educação e na Ciência - GEMATEC pelo apoio concedido para a realização deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- Brasil, Secretaria de Educação Fundamental (1997). - PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais - *1º e 2º ciclo: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental - Brasília - MEC/SEF.*
- Brasil, Secretaria de Educação Fundamental (1998). - Brasília - MEC/SEF.
- Brasil, Secretaria de Educação Básica. Brasília. 2002.
- Coll Richard K., (2006). *The Role of Models, Mental Models and Analogies in Chemistry Teaching.* In: Aubusson, Peter J.; Harrison, Allan G.; Ritchie, Stephen M. (2006). *Metaphor and Analogy in Science Education.*, Publicado por Springer, Holanda.

- Davis, B. Robert; Maher, Carolyn A. (1997). *How Students Think: The Role of Representations In English. Mathematical Reasoning: Analogies, Metaphors, and Images*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers - Mahwah, New Jersey, pp. 93 - 115.
- English, Lyn D. (1997). *Analogies, Metaphors, and Images: Vehicles for Mathematical Reasoning. In: English. Lyn D. Mathematical Reasoning: Analogies, Metaphors, and Images*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers - Mahwah, New Jersey, 1997, pp. 2 - 18.
- Hiele, Pierre M. (1986). *Van - Structure and Insight - A Theory of Mathematics Education*. Academic Press, INC. - New York - New York.
- Nagem, Ronaldo Luiz; Carvalhaes, Dulcineia de Oliveira; Diaz, Jully Anne Yamauchi Teixeira. (2001). *Uma Proposta de Metodologia de Ensino com Analogias*. Revista Portuguesa de Educação, 213, CEEP _ Universidade de Minho, p. 197.
- Oliveira, Eliene Freire. (2005). *Analogias e Metáforas como Recursos Didáticos para o Ensino da Matemática*. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. Belo Horizonte - MG.
- Oliveira, Maria Marly. (2008). *Como Fazer Pesquisa Qualitativa*. 2da. Edic. Petrópolis, RJ: Vozes.